

Άσκηση 2.43

Θεωρούμε την περίπτωση στην οποία θέλω να διατάξω τα ψηφία από το 1 έως το 4. Γνωρίζω ότι οι διατάξεις τους είναι 4!

Ωστόσο επειδή έχουμε κυκλικές μεταθέσεις που θεωρούνται ίδιες δηλαδή το 1234 με το 2341, το 3412 και το 4123. Δηλαδή παρατήρησα ότι 4 μεταθέσεις μπορούν αν θεωρηθούν ότι ταυτίζονται αφού προκύπτουν από μετακίνηση ενός ψηφίου κάθε φορά. Άρα ο συνολικός αριθμός τους είναι $\frac{4!}{4}$ γιατί αυτό θα συμβαίνει και με κάθε άλλη μετάθεση.

Άρα και στην γενική μορφή με n στοιχεία οι διατάξεις τους θα είναι $n!$ αλλά θα πρέπει να διαιρεθούν και εδώ με το πλήθος των μεταθέσεων που θεωρείται ίδιο το οποίο είναι n όσα και ψηφία που διαθέτουμε. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι μπορούμε για μια συγκεκριμένη μετάθεση αριθμού να μετακινούμε ένα προς ένα όλα τα ψηφία μια θέση προς τα δεξιά βάζοντας αριστερά το τελευταίο n φορές μέχρι να εμφανιστεί ο αρχικός αριθμός. Επομένως το πλήθος των διαφορετικών μεταθέσεων θα είναι $\frac{n!}{n} = (n - 1)!$