

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Ι. ΝΤΑΗΣ

ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

ΚΑΙ

ΠΡΩΤΟΤΥΠΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΔΗΜΟΣΙΕΥΜΑΤΑ

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2008

ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Προσωπικά στοιχεία

Όνοματεπώνυμο	Δημήτριος Νταής
Όνομα πατρός	Ιωάννης
Όνομα μητρός	Ασημίνα
Ημερομηνία γεννήσεως	15 Νοεμβρίου 1961
Τόπος γεννήσεως	Αθήνα
Υπηκοότητα	Ελληνική
Οικογενειακή κατάσταση	Έγγαμος, με ένα τέκνο
Αριθμός αστυνομικής ταυτότητας	ΑΕ 098386
Αριθμός διαβατηρίου	ΑΒ 6743103
Απολυτήριο στρατού (πιστοποιητικό τύπου Α)	ΓΕΕΘΑ, Στρ. Γρ. Αττικής No 38330, Απ. ΕΣΣ, Αρ. 183

Εκπαίδευση, Υποτροφίες, Ακ. Θέσεις και Λοιπές Δραστηριότητες

1967-1973	Βασική εκπαίδευση. Σχολή Μωραΐτη. (Ψυχικό Αττικής).
1974-1977	Τέσσερα πρώτα χρόνια μέσης εκπαιδεύσεως. Σχολή Μωραΐτη.
1977-1979	Ολοκλήρωση μέσης εκπαιδεύσεως. 10ο Λύκειο Αρρένων Αθηνών (Αμπελόκηποι Αττικής).
13/06/1979	Απολυτήριο Λυκείου με τον βαθμό «λίαν καλώς 18,3».
1979-1983	Σπουδές στο Μαθηματικό Τμήμα τής Φυσικομαθηματικής Σχολής του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου των Αθηνών.
22/11/1983	Πτυχίο Μαθηματικού με τον βαθμό «λίαν καλώς 8,3».
1984-1985	Απασχόληση στη βιομηχανία. Παράλληλη συνέχιση εκμαθήσεως τής γερμανικής γλώσσας.
22/10/1986	Κατόπιν ειδικών προφορικών εξετάσεων επικυρούται η καταλληλότητα του αιτούντος για παρακολούθηση μεταπτυχιακών μαθημάτων στο Πανεπιστήμιο «Rheinische Friedrich-Wilhelms Universität Bonn» τής Βόννης.

- 1987-1990 Παρακολούθηση προπαρασκευαστικών παραδόσεων και σεμιναρίων επί διαφόρων θεμάτων από τη Μεταθετική Άλγεβρα, τη Μιγαδική Ανάλυση Πολλών Μεταβλητών, τη Θεωρία Μιγαδικών Πολυπτυγμάτων και Αναλυτικών Χώρων και την Άλγεβρική Γεωμετρία.
- 1988-1989 Μεταπτυχιακός υπότροφος τής Γερμανικής Ακαδημαϊκής Εταιρείας Μορφωτικών Ανταλλαγών.
(D.A.A.D. = Deutscher Akademischer Austauschdienst.)
- 1989-1990 Υπότροφος τού Ιδρύματος Atef Danial Foundation.
- 1991-1994 Επισκέπτης τού Ερευνητικού Ινστιτούτου Θεωρητικών Μαθηματικών «Max-Planck» τής Βόννης (ως επι διδακτορικό φοιτητής/ δίχως εργασιακή σχέση).
- 09/11/1994 Κατάθεση τής διδακτορικής διατριβής με τον τίτλο :

«Enumerative Combinatorics of Invariants of Certain Complex Threefolds with Trivial Canonical Bundle»

(«Απαριθμητική Συνδυαστική αναλλοιώτων ορισμένων μιγαδικών τριπτυγμάτων με τετριμμένη κανονιστική δέσμη»)

στη Μαθηματική Σχολή τού Πανεπιστημίου Βόννης.

Κριτές τής διατριβής:

Prof. Dr. F. Hirzebruch (1ος κριτής)

Prof. Dr. Yu. I. Manin (2ος κριτής)
- 06 & 14/02/1995 Επιτυχής συμμετοχή στις ειδικές προφορικές εξετάσεις (Rigorosum) για την απόκτηση τού ακαδημαϊκού τίτλου.

Εξεταστές καθηγητές :

Prof. Dr. F. Hirzebruch [Άλγεβρικές μιγαδικές επιφάνειες]

Prof. Dr. C.-F. Bödigheimer [Άλγεβρική Τοπολογία, Θεωρία χαρακτηριστικών κλάσεων]

Prof. Dr. B. Korte [Διακριτά Μαθηματικά]
- 14/02/1995 Απονομή τού ακαδημαϊκού τίτλου «Διδάκτωρ των Φυσικών Επιστημών» τού Πανεπιστημίου τής Βόννης με τον συνολικό βαθμό «sehr gut».

(Αναγνώρισή του από το ΔΙ.Κ.Α.Τ.Σ.Α. την 11 Μαΐου 1995 με αριθμό πράξεως 14/482 και υπογραφή τού προέδρου τού Δ.Σ. καθ. Θ. Λιανού).

- 01/04/1995-30/09/1995 Υπότροφος τής Ευρωπαϊκής Κοινότητας στο πλαίσιο του προγράμματος «Human Capital and Mobility» εντασσόμενος στο ειδικό υποπρόγραμμα «Algebraic Combinatorics» στο Πολυτεχνείο του Βερολίνου.
(Κωδικός αρ. Συμβάσεως : CHRX-CT93-400).
- 01/10/1995-31/12/1995 Υπότροφος του Γερμανικού Ιδρύματος Ερευνών (συντ. D.F.G. = Deutsche Forschungsgemeinschaft) στο πλαίσιο του προγράμματος : «Γεωμετρία και Μαθηματική Φυσική» στο Πανεπιστήμιο Ruhr-Universität Bochum.
(Az. 144-13-Ord.-Nr. 701 5501).
- 01/01/1996-31/03/1996 Επισκέπτης (με αποδοχές) του Ερευνητικού Ινστιτούτου I.H.E.S (Institut des Hautes Etude Scientifiques) στη Γαλλία (Παρίσι) κατόπιν ειδικής προσκλήσεως του καθηγητού M.Kontsevich.
- 01/04/1996-31/03/1997 Εκ νέου υπότροφος του Γερμανικού Ιδρύματος Ερευνών (D.F.G.) για μονοετή μεταδιδακτορική έρευνα στο Πανεπιστήμιο Βόννης στο πλαίσιο του προγράμματος : «Αλγεβρικές, αναλυτικές και γεωμετρικές μέθοδοι και αλληλεπιδράσεις τους στα σύγχρονα Μαθηματικά».
- 01/09/1997-30/11/1998 Επιστημονικός συνεργάτης τής Μαθηματικής Σχολής του Πανεπιστημίου Eberhard-Karls Universität Tübingen τής Τυβίγγης στον τομέα Άλγεβρας και Αριθμοθεωρίας
- 01/01/1999-31/12/2001 Επισκέπτης Ερευνητής τής Μαθηματικής Σχολής του Πανεπιστημίου των Ιωαννίνων (στον τομέα Άλγεβρας και Γεωμετρίας) μέσω τριετούς συμβάσεως στο πλαίσιο του ειδικού υποπρογράμματος GSRT του προγράμματος ΕΠΕΤ II (το οποίο χρηματοδοτείτο από την Ευρωπαϊκή Ένωση και από τη Γ. Γ. Έρευνας και Τεχνολογίας).
- 14/01/2001-31/08/2003 Επίκουρος καθηγητής του Τμήματος Μαθηματικών και Στατιστικής του Πανεπιστημίου Κύπρου.
- 07/01/2004-σήμερα Αναπληρωτής καθηγητής του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Κρήτης.

Λοιπές δραστηριότητες: MR-Reviewer, Referee of several mathematical articles.



Διδακτική εμπειρία

Μέχρι τη μετάβασή μου στο Πανεπιστήμιο της Τυβίγγης (Tübingen)	Ενεργός συμμετοχή σε πληθώρα σεμιναρίων και εργασιακών ομάδων (σύμφωνα με τα γερμανικά πρότυπα) μαζί με φοιτητές ποικίλων ερευνητικών ενδιαφερόντων.
Χειμερινό Εξάμηνο 1997-1998 (Πανεπιστήμιο Τυβίγγης)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Άλγεβρικής Γεωμετρίας I ».
Εαρινό Εξάμηνο 1998 (Πανεπιστήμιο Τυβίγγης)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Άλγεβρικής Γεωμετρίας II » και διοργάνωση ενός Σεμιναρίου επί των Συμπαγών Επιφανειών Riemann (βλ. παρ. [Σ21])
Χειμερινό Εξάμηνο 1998-1999 (Πανεπιστήμιο Τυβίγγης)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Γραμμικής Άλγεβρας I ».
Εαρινό Εξάμηνο 1999 (Πανεπιστήμιο. Ιωαννίνων)	Συμμετοχή στο Σεμινάριο επί των Επιφανειών Riemann τού Β' Τομέα με σειρά διαλέξεων.
Χειμερινό Εξάμηνο 1999-2000 (Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων)	Διαλέξεις « Μεταθετικής Άλγεβρας » στο πλαίσιο τού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών.
Χειμερινό Εξάμηνο 2000-2001 (Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων)	Διαλέξεις « Άλγεβρικής Γεωμετρίας » στο πλαίσιο τού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών.
Εαρινό Εξάμηνο 2001 (Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων)	Διαλέξεις επί διαφόρων θεμάτων από τη « Θεωρία των Πολυτόπων » σε προπτυχιακούς φοιτητές.
Εαρινό Εξάμηνο 2002 (Πανεπιστήμιο Κύπρου)	Παραδόσεις « Γραμμικής Άλγεβρας I » και συμμετοχή στο « Σεμινάριο Μαθηματικών και Στατιστικής ».
Χειμερινό Εξάμηνο 2002-2003 (Πανεπιστήμιο Κύπρου)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Θεωρίας Ομάδων ».
Εαρινό Εξάμηνο 2003 (Πανεπιστήμιο Κύπρου)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Δακτυλίων και Σωμάτων » και « Γραμμικής Άλγεβρας II ».
Εαρινό Εξάμηνο 2004 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Δακτυλίων και Modules » και « Μαθηματικών II ».
Χειμερινό Εξάμηνο 2004-2005 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Άλγεβρας I » στο πλαίσιο τού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών.

Εαρινό Εξάμηνο 2005 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Δακτυλίων και Modules » (προπτυχιακό) και « Αλγεβρικής Τοπολογίας » (μεταπτυχιακό).
Χειμερινό Εξάμηνο 2005-2006 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Θεωρίας Ομάδων ».
Εαρινό Εξάμηνο 2006 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Άλγεβρας » (προπτυχιακό) και « Αλγεβρικής Τοπολογίας » (μεταπτυχιακό).
Χειμερινό Εξάμηνο 2006-2007 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Θεμάτων Άλγεβρας (Ομολογικής Άλγεβρας) » και « Μιγαδικής Αναλύσεως ».
Χειμερινό Εξάμηνο 2007-2008 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Αλγεβρικής Τοπολογίας » (μεταπτυχιακό).
Εαρινό Εξάμηνο 2008 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις και ασκήσεις « Εισαγωγής στην Αλγεβρική Γεωμετρία » (μεταπτυχιακό) και παραδόσεις « Αναπαραστάσεων Ομάδων » (μεταπτυχιακό).
Χειμερινό Εξάμηνο 2008-2009 (Πανεπιστήμιο Κρήτης)	Παραδόσεις « Θεμάτων Άλγεβρας (Αλγεβρικές Καμπύλες) » (μεταπτυχιακό).



Επίβλεψη εργασιών φοιτητών

Μ. Γκίκας: Από τα πλατωνικά στερεά στην κλασική αντιστοιχία του McKay, μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία (υπό προετοιμασία).



Συμμετοχή σε μαθηματικά σεμινάρια, συνέδρια και προσωπικές επιστημονικές διαλέξεις

[Σ1] 28. Mathematische Arbeitstagung. Universität Bonn. (16-22 Juni 1988).

[Σ2] Σεμινάριο Άλγεβρας, Γεωμετρίας & Αριθμοθεωρίας.
Μαθηματικό Τμήμα Πανεπιστημίου Κρήτης (Μάρτιος 1992).

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Επί των τοπολογικών και αναλυτικών αναλλοιώτων ορισμένων τρισδιάστατων Calabi-Yau πολυπτυγμάτων.*

[Σ3] Dyrkolnbotn ITEG-Workshop, Norway, 9-16 August 1993.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *On minimal desingularizations of 3-dimensional Calabi-Yau complete intersections in weighted projective spaces.* (15 / 08 / 1993)

[Σ4] Conference on «Higher Dimensional Complex Varieties», Trento, Italy, 21-24/06/1994.

[Σ5] Kolloquium des mathematischen Seminars der Universität Hamburg
[Org. P. Slodowy, O. Riemenschneider]

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Über die String-theoretischen Hodge Zahlen.*
(18 / 10 / 1994)

[Σ6] Colloque: “Géométrie Algébrique en Liberté 3”.
(Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées, Nice, France, 06-10 / 03 / 1995)

[Σ7] Trieste Conference on S-Duality and Mirror Symmetry.
(International Centre for Theoretical Physics, Trieste, Italy, 05-09 / 06 / 1995)

[Σ8] Oberseminar Algebraische Geometrie
[Org. H. Kurke, K. Altmann], Humboldt-Universität zu Berlin

- Τρίωρη διάλεξη με τον τίτλο: *Nicht-diskrepante Auflösungen torischer Gorensteinscher Singularitäten und teuflische Triangulierungen.* (04 / 07 / 1995)

[Σ9] Symposium in Algebraic Geometry 1995-96. Mathematics Research Centre, University of Warwick. Organizers: M.Reid, G.K.Sankharan (Workshop in Toric Geometry & Applications).

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Triangulate by avoiding whirlpools.* (22 / 09 / 1995)

[Σ10] Herbstschule des Graduiertenkollegs «Geometrie und Nichtlineare Analysis». Organisiert von der Humboldt Universität zu Berlin. Jugendbildungs-zentrum Blossin. (02-06 / 10 / 1995)

[Σ11] Oberseminar Geometrie [Org. von G. Ewald], Ruhr-Universität Bochum.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Nicht-diskrepante Auflösungen torischer Gorenstein-Singularitäten.* (23 / 10 / 1995)

[Σ12] Séminaire de Mathématique, I.H.E.S., Paris.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *On combinatorics of crepant resolutions of canonical toric singularities.* (26 / 02 / 1996)

[Σ13] Oberseminar über Singularitäten [Org. von E. Brieskorn], Mathematisches Institut der Universität Bonn.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Über dreidimensionale Gorensteinsche torische Singularitäten.*
(17 / 05 / 1996)

[Σ14] Graduiertenkolloquium des Graduiertekollegs „Algebraische, analytische und geometrische Methoden und ihre Wechselwirkung in der modernen Mathematik“. Mathematisches Institut der Universität Bonn.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Über nicht-diskrepante Auflösungen Gorensteinscher Quotientensingularitäten*. (24 / 05 / 1996)

[Σ15] Oberseminar über Singularitäten [Org. von E. Brieskorn], Mathematisches Institut der Universität Bonn.

- Τρίωρη διάλεξη με τον τίτλο: *Zur Existenz von nicht diskrepanten torischen Auflösungen Gorensteinscher Abelscher Quotientensingularitäten in Dimensionen ≥ 4* . (24/01/ 1997)

[Σ16] Mathematische Arbeitstagung. Universität Bonn. (20-27 Juni 1997).

[Σ17] Working Week on Resolutions of Singularities Obergungl, Tirol, Austria, 06-14 / 09 / 1997. (πρβλ. <http://math1.uibk.ac.at/blowup/>). Scientific Committee: H. Hauser, J. Lipman, F. Oort, J. Steenbrink.

- Σύντομη διάλεξη (in the problem session) με τον τίτλο: *On a problem proposed by M. Reid*.

[Σ18] Arbeitsgemeinschaft Mirror Symmetry.

[Organizers: V.V. Batyrev, Yu. Manin, D. van Straten], Oberwolfach, 05-12/10/ 1997.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Mirror Symmetry and string-theoretic Hodge numbers*. (08/ 10 / 1997)

[Σ19] Combinatorial Convexity and Algebraic Geometry. [Organizers: G. Ewald, P.McMullen, T.Oda, R.Stanley], Oberwolfach, 26 / 10 – 01 / 11/ 1997.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *On crepant resolutions of toric Gorenstein singularities*. (26 / 10 / 1997)

[Σ20] Oberseminar Diskrete Geometrie [Org. von G.-M. Ziegler], Technische Universität Berlin. (17 / 03 / 1998)

Διάλεξη με τον τίτλο: *Über nicht-diskrepante Auflösungen abelscher Gorensteinscher Quotientensingularitäten*.

[Σ21] Seminar über kompakte Riemannsche Flächen

(Mathematische Fakultät. Universität Tübingen. Fachbereich Algebra und Zahlentheorie. Συνολικά 3 διαλέξεις, SS 1998)

[Σ22] Παγκόσμιο Συνέδριο Μαθηματικών. Βερολίνο. Αύγουστος 1998.

http://elib.zib.de:88/cgi98/search_sec_registered_persons?D

[Σ23] Workshop on Toric Geometry. [Org. von H. Hamm] Universität Münster, October 1998.

[Σ24] DMV-Seminar on Mirror Symmetry.

[βλ. και http://www.mfo.de/DMV_Seminars/, Organizers: V. V. Batyrev & D. van Straten], Oberwolfach, (22-28 / 11 / 1998)

[Σ25] Seminar Algebraische Geometrie [Org. von G. Barthel & L. Kaup] Fakultät für Mathematik und Informatik, Universität Konstanz.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Über unimodulare, kohärente Triangulierungen von Gitterpolytopen. Beispiele und Anwendungen.* (09 / 02 / 1999)

[Σ26] Σεμινάριο επί των επιφανειών Riemann. Μαθηματικό Τμήμα Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, Τομέας Άλγεβρας και Γεωμετρίας. Συμμετοχή με 7 εν συνόλω διαλέξεις.

[Σ27] Advanced School on “Geometry on 3-folds”, AGE-Europroj, Levico (Trento), Italy. Organizers: M. Gross, A. Corti and M. Reid. (03/05-08/05/1999)

[Σ28] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Περί των πολυπτυγμάτων Calabi-Yau.* (13/12/ 1999)

[Σ29] Conference “Analytic and Algebraic Methods in Complex Geometry” Universität Göttingen, 04/04-08/04/ 2000, in Honour of Prof. Grauert. Organizers: I. Bauer, F. Catanese, Y. Kawamata, T. Peternell, Y.T. Siu.

[Σ30] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Αθηνών.

- Μία διάλεξη επί των ερευνητικών μου εργασιών (18 / 05 / 2000)

[Σ31] Summer School 2000: “Geometry of Toric Varieties”. CNRS (CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE) and INSTITUT J. FOURIER, Grenoble, France, 19/06-07/07/2000. Organizers: M. Brion, L. Bonavero.

Υπήρξα ένας εκ των κυρίων ομιλητών με συνολικώς 5 διαλέξεις. Βλ. και:

<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/ECOLETE/ecole2000/indexgb.html>

[Σ32] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

- Δύο διαλέξεις με τον τίτλο: *Περί των Κανονικών Πολυέδρων* (14 & 18 / 12 / 2000)
- Μία διάλεξη με τον τίτλο: *A-D-Ειδιώματα και πηλικοϊδιώματα Gorenstein* (21 / 12 / 2000)

[Σ33] Combinatorial Convexity and Algebraic Geometry, Oberwolfach, 14/01 - 20/01/2001. Organizers: V. V. Batyrev, P. McMullen, T. Oda and B. Teissier.

- Παρουσίαση με τον τίτλο: *On the string-theoretic E-functions.*

[Σ34] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Κρήτης.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *A-D-Ειδιώματα και πηλικοϊδιώματα.* (03/05/2001)

[Σ35] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

- Δύο διαλέξεις με τον τίτλο: *Περί των τορικών ιδιωμάτων.* (Νοέμβριος 2001)

[Σ36] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Αιγαίου.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Περί των αλγεβρικών και των γεωμετρικών ιδιοτήτων των τορικών ιδιωμάτων.* (22 / 02 / 2002)

[Σ37] Διαλέξεις Μαθηματικού Τμήματος Πανεπιστημίου Αθηνών.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Περί τής αντιστοιχίας McKay*. (14 / 05 / 2002)

[Σ38] 4ο Πανελλήνιο Συνέδριο 'Αλγεβρας και Θεωρίας Αριθμών.

(Πανεπιστήμιο Πατρών, 30 / 05 - 02 / 06 / 2002, βλ.

<http://www.math.upatras.gr/algebra/conf/>)

[Σ39] Διαλέξεις Τμήματος Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Τορικά ιδιώματα*. (18 / 06 / 2002)

[Σ40] Euroconference: "Higher Dimensional Complex Geometry".

(Organizers: A. Corti, W. Decker, M. Gross and M. Reid, Issac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, United Kindom, 24 - 29 / 06 / 2002)

[Σ41] Conference: "Convex Bodies and Algebraic Geometry"

(Department of Mathematics, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, 08- 12/ 09/ 2003. Organizers: V. Batyrev, J.-P. Brasselet, M.-N. Ishida, B. Teissier)

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Resolution of Toric Singularities and Combinatorics* (12 / 09 / 2003)

[Σ42] Graduate Seminar Mathematics Department at Nihon University, Tokyo, Japan.

(Organizer: Keiichi Watanabe)

- Τρίωρη διάλεξη με τον τίτλο: *On 2- and 3-dimensional toric singularities*. (16/09/2003)
- Τρίωρη διάλεξη με τον τίτλο: *On the existence of crepant resolutions of high-dimensional Gorenstein toric singularities*. (17/09/2003)

[Σ43] Geometry Seminar of Mathematics Department at Kyoto University, Japan

- Διάλεξη 1 ½ ώρας με τον τίτλο: *Birational geometry and toric singularities*. (19/09/2003)

[Σ44] Σεμινάριο Γεωμετρίας Πανεπιστημίου Κρήτης (Οργ. Κ. Αθανασόπουλος)

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Περί τής ταξινομήσεως των τορικών ιδιωμάτων (με έμφαση στη διάσταση 3)*, 04/05/2004.

[Σ45] Euroconference "Algebraic and Geometric Combinatorics",

(Anogia, Crete, August 20-25, 2005, Organizers: V.V. Batyrev, M. Henk and F. Santos, βλ. <http://personales.unican.es/santosf/anogia05/Intro.htm>)

[Σ46] Workshop "Convex and Algebraic Geometry"

([Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach](http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~math/mfo/), January 29th – February 4th, 2006. Organizers: K. Altmann, V.V. Batyrev, B. Teissier)

[Σ47] 6ο Πανελλήνιο Συνέδριο 'Άλγεβρας και Θεωρίας Αριθμών.

(Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 10/06 - 11/06/ 2006, βλ.

<http://users.auth.gr/~hara/Conferences/algebra2006/6thpanhellenicConference/algebraannouncement2006.htm>)

[Σ48] Workshop on “Combinatorics and Commutative Algebra” I

(Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 04/09 - 09/09/2006, Διοργανωτές: Α. Θωμά και Χ. Χαραλάμπους. Κύριοι ομιλητές: W. Bruns και Tim Römer,

βλ. <http://www.math.uoi.gr/~athoma/Conference.htm>)

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Classifying compact toric surfaces by their combinatorial data*, 05/09/2006.

[Σ49] DMV-Jahrestagung, Universität Humboldt (25-30 Μαρτίου 2007)

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Resolving and classifying compact toric surfaces by their combinatorial data*, 26/03/2007.

[Βλ. http://www.dmv-gdm-2007.math.hu-berlin.de/downloads/dmv_gdm_2007.pdf, σελ. 28]

[Σ50] Σεμινάριο Άλγεβρας, Θεωρίας Αριθμών και Μαθηματικής Λογικής, Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

- Διάλεξη με τον τίτλο: *Περί των τορικών log Del Pezzo επιφανειών*, 20/12/2007.

[Σ51] 8ο Πανελλήνιο Συνέδριο 'Άλγεβρας και Θεωρίας Αριθμών.

(Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 29/05 - 31/05/ 2008, βλ.

<http://www.math.ntua.gr/synedriodalgebras/>)



ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

ΤΩΝ

ΚΥΡΙΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΤΩΝ

ΠΡΩΤΟΤΥΠΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Μαθηματικές εργασίες
(σε χρονολογική διάταξη)

[Eq1] D.I. Dais: Enumerative Combinatorics of Invariants of Certain Complex Threefolds with Trivial Canonical Bundle, Max-Planck Institut für Mathematik, Preprint Nr. 94/62, (1994); its final, supplemented version was published in the journal Bonner Mathematische Schriften, Band 279, (1995), pp. ii+1-117.

[ISSN 0524-045 X, Zbl.Math. 864.14021, MR 97d: 14057]

[Eq2] V.V. Batyrev, D.I. Dais: Strong McKay Correspondence, String-Theoretic Hodge Numbers and Mirror Symmetry, Max-Planck Institut für Mathematik, Preprint Nr. 94/115; published in the journal Topology, Pergamon Press, Vol. 35, No 4, (1996), pp. 901-929.

[ISSN 0040-9383, Zbl.Math. 864.14022, MR 97e: 14023]

[Eq3] D.I. Dais, M. Henk, G.M. Ziegler: All Abelian Quotient C.I.-Singularities Admit Projective Crepant Resolutions in All Dimensions. Max-Planck Institut für Mathematik, Preprint Nr. 97/4; published in the journal Advances in Mathematics, Academic Press, Volume 139, No 2, (1998), pp. 194-239.

[ISSN 0001-8708, Zbl.Math. 930.14006, MR 2000b:14016]

[Eq4] D.I. Dais, M. Henk: On a Series of Gorenstein Cyclic Quotient Singularities Admitting a Unique Projective Crepant Resolution, 96 pages; alg-geom/9803094 and Konrad-Zuse-Zentrum ZIB-e-print SC 97-39.

[Eq5] D.I. Dais, U.-U. Haus, M. Henk: On Crepant Resolutions of 2-Parameter Series of Gorenstein Cyclic Quotient Singularities, Results in Mathematics, Birkhäuser Verlag, Volume 33, (1998), pp. 208-265.

[ISSN 0378-6218, Zbl.Math. 980.45945, MR: 2001c:14006]

[Eq6] D.I. Dais, Ch. Haase, G.M. Ziegler: All Toric L.C.I.-Singularities Admit Projective Crepant Resolutions. TU-Berlin Preprint, No 614/1998; electronically available as alg-geom preprint 9812025v2; a short version of it is published in Tohoku Math. Journal, Volume 53, No 1, (2001), pp. 95-107.

[ISSN 0040-8735, Zbl.Math. 0930.14006, MR: 2001m:14076]

[Eq7] D.I. Dais, M. Roczen: On the String-Theoretic Euler-Number of 3-Dimensional A-D-E singularities. alg-geom/0011117; published in the journal Advances in Geometry, de Gruyter, Volume 1, No 4, (2001), pp. 373-426.

[ISSN 1615-715X, Zbl.Math. 01686129, MR: 2003e:32051]

[Eq8] D.I. Dais: On the String-Theoretic Euler Number of a Class of Absolutely Isolated Singularities (math.AG /0011118); published in the journal Manuscripta Mathematica, Springer-Verlag, Volume 105, No 2, (2001), pp. 143-174.

[ISSN 0025-2611, Zbl.Math. 0986.14020, MR: 2002g:14053]

[E₉] D.I.Dais: Über unimodulare, kohärente Triangulierungen von Gitterpolytopen. Beispiele und Anwendungen. Notes (in german language) distributed during the Summer School “Geometry of Toric Varieties”, Grenoble, 19/6 – 7/7/2000.

[E₁₀] D.I.Dais: Resolving 3-Dimensional Toric Singularities (math.AG/ 0110278); published in the series: Séminaires et Congrès, Société Mathématique de France, Volume 6, (2002), pp. 155-186.

[ISBN 2-85629-122-8, Zbl.Math. 1047.14038]

[E₁₁] D.I.Dais: Crepan Resolutions of Gorenstein Toric Singularities and the Upper Bound Theorem (math.AG/0110277); published in the series: Séminaires et Congrès, Société Mathématique de France, Volume 6, (2002), pp. 187-192.

[ISBN 2-85629-122-8, Zbl.Math. 1047.14039]

[E₁₂] D.I.Dais, M. Henk: On the Equations Defining Toric L.C.I.-Singularities, published in the journal Transactions of the Amer. Math. Soc., Volume 355, No 12, (2003), pp. 4955-4984.

[ISSN 0002-9947 1088-6850, Zbl.Math. 1049.14037, MR 2004f:14074]

[E₁₃] D.I.Dais: Geometric Combinatorics in the Study of Compact Toric Surfaces, published in the volume “Algebraic and Geometric Combinatorics”, in the series Contemporary Mathematics, American Mathematical Society, Volume 423, 2007, pp. 71-123.

[ISSN 0-8218-4080-0, Zbl.Math. 1129.14071, MR 2008c:14070]

[E₁₄] D.I.Dais, M. Henk, G.M. Ziegler: On the Existence of Crepan Resolutions of Gorenstein Abelian Quotient Singularities in Dimensions ≥ 4 , published in the volume “Algebraic and Geometric Combinatorics”, in the series Contemporary Mathematics, American Mathematical Society, Volume 423, 2007, pp. 125-193.

[ISSN 0-8218-4080-0, Zbl.Math. 1139.14015, MR 2008c:14024]

[E₁₅] D.I.Dais, B. Nill: A Boundedness Result for Toric log Del Pezzo Surfaces, to appear in Archiv der Mathematik, Birkhäuser Verlag, ISSN 0003-889-X, 2008.

[E₁₆] D.I.Dais: Classification of Toric log Del Pezzo Surfaces having Picard Number 1 and Index ≤ 3 , math.AG:0709.0999, preprint, (υποβληθείσα εργασία).

[E₁₇] D.I.Dais: Classification of Toric log Del Pezzo Surfaces with One Singularity, υπό προετοιμασία.

■■■

Κύρια προβλήματα, ανάλυση αποτελεσμάτων των μαθηματικών εργασιών, λοιπά σχόλια και αναφορές

Απαριθμώ εν συντομία τους κύριους άξονες των μαθηματικών προβλημάτων γύρω από τους οποίους στρέφεται η έρευνά μου, καθώς και τα βασικά νέα αποτελέσματα. (Η απόδοση ορισμένων αγγλικών όρων στα ελληνικά ακολουθεί καθαρώς προσωπικές μου επιλογές).

- Οι παραπομπές διά μέσου αριθμών ευρισκομένων εντός αγκυλών αναφέρονται στα references τής εκάστοτε σχολιαζόμενης εργασίας.
- Το σύμβολο [AN ν, μ] υποδηλοί τη συνήθη αρίθμηση $\mu = 1, 2, \dots$, εργασιών που κάνουν αναφορά στην η / και χρησιμοποιούν τη ν -οστή εργασία από τον ως άνω δοθέντα κατάλογο.
- Οι περισσότερες παραπομπές σε προδημοσιεύσεις (preprints) κάνουν χρήση των ηλεκτρονικών αρχείων «alg-geom» (= Algebraic Geometry ή math.AG) και «hep-th» (= Theoretical High Energy Physics) που βρίσκονται μέσω τού διαδικτύου στη διεύθυνση:

<http://xxx.lanl.gov/> (ή <http://xxx.uni-augsburg.de/>) .

Τα δύο πρώτα ζεύγη των ψηφίων των κωδικών τους αριθμών υποδηλούν το έτος καταχωρήσεώς τους, και τον μήνα, αντιστοίχως, ενώ τα υπόλοιπα τρία ψηφία εκφράζουν τον αύξοντα αριθμό.

Κύρια προβλήματα

Ο κλάδος μέσα στον οποίο εντάσσεται το μεγαλύτερο τμήμα της έρευνάς μου είναι η **Αλγεβρική Γεωμετρία**.

Τα κύρια προβλήματα που με απασχόλησαν είναι τα εξής:

(α) Πρόβλημα προσδιορισμού των αναλλοιώτων ορισμένων τρισδιάστατων μιγαδικών πολυπτυγμάτων με τετριμμένη κανονική δέσμη. (Ειδική περίπτωση: τα Calabi-Yau γενικού τύπου). Μια πρώτη αδρή ταξινόμησή τους από τοπολογική και αλγεβρική σκοπιά.

(β) Λεπτομερής υπολογισμός των λεγομένων «τριπλών ζευγμάτων Yukawa» των ως άνω τριπτυγμάτων διά μέσου της αλγεβρογεωμετρικής Θεωρίας Τομών.

(γ) Η κατανόηση και γενίκευση των καταλλήλων αναλλοιώτων σε ανώτερες διαστάσεις, δηλαδή ακόμα και στις περιπτώσεις, όπου οι κλασικοί αναλλοιώτοι αποτυγχάνουν να δώσουν τα αναμενόμενα φαινόμενα συμμετρίας.

(δ) Η «συμμετρία καθρέπτη» που προέρχεται από μη αποκλίνουσα αποϊδιωματοποίηση συμπαγοποιημένων υπερεπιφανειών εντός Fano τορικών Gorenstein ποικιλοτήτων (και η οποία κληρονομείται από τα συνεταιρικά τους κιγκλιδωματικά πολύτοπα αντικατοπτρισμού).

(ε) Η μαθηματικοποίηση των λεγομένων «φερμιονικών αριθμών μετατοπίσεως» που απολήγει στο αυστηρό ορισμό των χορδοθεωρητικών αριθμών Hodge των αντιστοιχών ολιστικών Calabi-Yau (ή γενικότερα Gorenstein) τροχιοπολυπτυγμάτων.

(στ) Λεπτομερής υπολογισμός των χορδοθεωρητικών αριθμών Hodge ορισμένων εκ των κατασκευών που αναφέρονται στο (δ) διά μέσου τεχνικών απαριθμήσεως των σημείων κιγκλιδώματος των αφετηριακών πολύτόπων.

(ζ) Η δημιουργία νέων, «χορδοθεωρητικών» θεωριών συνομολογίας μιγαδικών ποικιλοτήτων, εφοδιασμένων με ιδιώματα «ήπιας» φύσεως.

(η) Το πρόβλημα της ευρέσεως ικανών και αναγκαίων συνθηκών για την ύπαρξη μη αποκλινουσών, προβολικών διαλύσεων των πηλικοϊδιωμάτων Gorenstein σε διαστάσεις ≥ 4 , με απώτερο στόχο την κατανόηση της υψηλοδιάστατης «κατά McKay αντιστοιχίας». Έμφαση δίνεται στην περίπτωση, όπου οι δρώσες ομάδες είναι αβελιανές και όπου κανείς μπορεί να μεταφράσει μέσω της Τορικής Γεωμετρίας το καθαρώς αλγεβρογεωμετρικό πρόβλημα σε πρόβλημα προσδιορισμού βασικών, συμφυών τριγωνοποιήσεων ενός κιγκλιδωματικού μονοπλόκου.

(θ) Γενικεύσεις τού (η) εντός τής πολύ πιο ευρύτερης κλάσεως των Gorenstein τορικών (όχι κατ' ανάγκην πηλικο-) ιδιωμάτων.

(ι) Αλγεβροτοπολογική μελέτη ορισμένων log-τερματικών ιδιωμάτων μέσω μικτών δομών Hodge, εντός των πλαισίων τής λεγομένης «Τοπικής Θεωρίας Ιδιωμάτων», με άμεσο στόχο την εξέταση τής αριθμητικής συμπεριφοράς των «χορδοθεωρητικών» E -συναρτήσεων των υποκειμένων τους χώρων. Εφαρμογές σε ολιστικές κατασκευές που διαθέτουν ιδιώματα αυτού τού είδους.

(κ) Μελέτη τής μορφής των (διωνυμικών) εξισώσεων που ορίζουν συσχετικά τορικά ιδιώματα τα οποία περιγράφονται ως πλήρεις διατομές.

(λ) Αλγεβρογεωμετρική μελέτη τής ταξινόμησης των συμπαγών τορικών επιφανειών και υπολογισμός των κλασικών και χορδοθεωρητικών αναλλοιώτων αυτών.

(μ) Ταξινόμηση (μέχρις ισομορφισμού) ειδικών κλάσεων τορικών log Del Pezzo επιφανειών.

Στη συνέχεια, θα αναφερθώ εν συντομία στα αποτελέσματα των μαθηματικών μου εργασιών.

Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [E01]

Στη διδακτορική μου διατριβή ασχολούμαι με ορισμένα μοντέλα Calabi-Yau γενικού τύπου και τις μη αποκλίνουσες αποϊδιωματοποιήσεις τους. Ειδικότερα, μελετώ πλήρεις διατομές

$$X = \prod_{z_i: \mathbf{K}} [z_m] \in \mathbf{P}^{m-1} \mid f_1|_{z_1, \mathbf{K}, z_m} = \mathbf{L} = f_k|_{z_1, \mathbf{K}, z_m} = 0$$

με τετριμμένο δυϊκό δράγμα, οι οποίες είναι εμφυτευμένες σε έναν βεβαρημένο προβολικό χώρο $\mathbf{P}^{m-1} \mid \mathbf{w}$.

Μεταξύ άλλων μνημονεύω τα εξής αποτελέσματα:

(α) Ένα νέο κριτήριο τού τύπου Bertini (βλ. Prop. 2.14, σελ. 17) επί των συνθηκών, οι οποίες πρέπει να πληρούνται έτσι ώστε ένα τέτοιο X εντός τού $\mathbf{P}^{m-1} \mid \mathbf{w}$ να είναι σχεδόν λείο. (Γενικεύει αποτελέσματα τού A. Fletcher [41] σε ορισμένες διαστάσεις.)

(β) Συνδυαστικός κλειστός (εκπεφρασμένος) τύπος για τον προσδιορισμό τής διαστάσεως τής μηδενικής ομάδας συνομολογίας τού X με συντελεστές ανήκοντες στο συστρεπτό δράγμα δομής με τη βοήθεια απαριθμητών βεβαρημένων διαμερίσεων (βλ. (2.20), σελ. 26).

(γ) Ακριβής προσδιορισμός τού γεννήτορα τής ομάδας Picard τού X , ο οποίος δίνει μια μερική απάντηση σε ένα πρόβλημα των Beltrametti και Robbiano [10] (βλ. το Thm. 2.37 στη σελίδα 30).

(δ) Ταξινόμηση των CY-πλήρων διατομών X με Fujita δέλτα-γένος < 3 . Γενίκευση τής ταξινόμησης τού Oguiso [94] (βλ. Prop. 2.45, Prop. 2.46, σελ. 33-36).

(ε) Υπολογισμός σημαντικών τοπικών αριθμών τομής μέσω Τορικής Γεωμετρίας (βλ. Prop. 3.6, σελ. 41).

(στ) Περιγραφή τής ολομερούς διαδικασίας αποϊδιωματοποιήσεως, αριθμητικοί υπολογισμοί των αριθμών Hodge, ταξινόμηση και λεπτομερής εξέταση των CY-πλήρων διατομών κατά Brieskorn & Pham (βλ. όλη την ενότητα 4).

(ζ) Ακριβής προσδιορισμός των αριθμών τομής των στοιχείων μιας κανονικής βάσης τής ομάδας Picard των αποϊδιωματοποιημένων CY-μοντέλων (βλ. όλη την ενότητα 5).

(η) Περιγραφή ενός ασθενούς κριτηρίου τοπολογικής ταξινόμησης των αποϊδιωματοποιημένων CY-μοντέλων και αριθμητική εφαρμογή του σε ένα παράδειγμα (βλ. όλη την §6).

Σημειωτέον ότι εδώ καθίσταται δυνατή η κατασκευή μιας κατηγορίας (αντι)παραδειγμάτων, κατ' αντιδιαστολήν προς το κλασικό θεώρημα των K. Kodaira, M. Artin κ.α., το οποίο ανάγει τη λύση του προβλήματος τής ομοτοπικής ισοδυναμίας δύο οϊωνδήποτε μιγαδικών, προβολικώς αλγεβρικών επιφανειών μηδενικής διαστάσεως Kodaira, στον έλεγχο τού ισομορφισμού των θεμελιωδών ομάδων τους και τής (ταυτόχρονης) ισότητος [ή μη] των αντιστοίχων αριθμών Betti δευτέρας τάξεως. [Ισοδυνάμως: στον έλεγχο τής ισοδυναμίας τους, ως προς «παραμόρφωση», (οπότε, εν προκειμένω, οι εν λόγω επιφάνειες είναι διαφορομορφικές)]. Για πληρέστερα στοιχεία βλ. τις σημειώσεις τής διαλέξεώς μου [Σ30] στο Μαθηματικό Τμήμα τού Πανεπιστημίου Αθηνών (Μέρος Α', σελ. 11-12 και 15-19) και το σύγγραμμα των R. Friedman και J. W. Morgan: *Smooth Four-Manifolds and Complex Surfaces*, Ergebnisse der Mathematik, 3. Folge, Band 27, Springer-Verlag, (1994), Θεώρημα 2.6, σελ. 31. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν απλά συνεκτικά 3-διάστατα πολυπύγματα *Calabi-Yau*, τα οποία διαθέτουν τους ίδιους αριθμούς *Betti*, είναι αμφιρρήτως ισοδύναμα, αλλά δεν είναι διαφορομορφικά, και μάλιστα ούτε καν ομοτοπικώς ισοδύναμα.

(θ) Σύντομη ιστορική αναδρομή έχουσα αντικείμενο τις μεθόδους απαριθμήσεως κικκλιδωματικών σημείων ακεραίων πολυέδρων. Η πορεία από το πρόβλημα «Partitio Numerorum» τού Euler [40] έως την αποτίμηση των πολυωνύμων Ehrhart. Εφαρμογή των τύπων για ορισμένα σημαντικά πολύεδρα διαμερίσεων στους υπολογισμούς των αναλλοιώτων που συναντώνται στο κύριο τμήμα τής εργασίας (βλ. το παράρτημα τής παραγράφου 7).

Σημείωση: Η διδακτορική μου διατριβή δημοσιεύθηκε αυτούσια στα *Bonner Mathematische Schriften*, στον Τόμο 279. Οφείλω να επισημάνω, ότι το μεταδιδακτορικό ερευνητικό έργο μου είναι πλήρως ανεξάρτητο των κύριων αποτελεσμάτων τής διατριβής αυτής.

Αναφορές στην [Eq1]

[AN 1,1] P. Berglund, S. Katz : *Mirror symmetry for hypersurfaces in weighted projective space and topological couplings*, Nucl. Phys. B, Vol. 420, (1994), 289-314.

[AN 1,2] T. Hübsch: *Calabi-Yau Manifolds: A Bestiary for Physicists*, World Scientific, 2nd paperback edition, 1994 [Βλ. σελ. 354].

[AN 1,3] S. Hosono, A. Klemm, S. Theisen and S.-T. Yau : *Mirror Symmetry: Mirror map and applications to Calabi-Yau hypersurfaces*, Communications in Math. Physics 167, (1995), 301-350.

[AN 1,4] S. Hosono, A. Klemm, S. Theisen and S.-T. Yau : *Mirror symmetry, mirror map, and applications to complete intersection Calabi-Yau spaces*, Nuclear Physics B, Vol. 433, (1995), 501-554.

[AN 1,5] S. Hosono, B. H. Lian, S.-T. Yau : *GKZ-generalized hypergeometric systems in mirror symmetry of Calabi-Yau hypersurfaces*, Comm. in Math. Physics 182, (1996), 535-577.

[AN 1,6] M. Henk, R. Weismantel : *On Hilbert bases of polyhedral cones*, Preprint (Konrad-Zuse-Zentrum, Berlin), SC96-12, (1996).

[AN 1,7] G. Ewald : *Combinatorial Convexity and Algebraic Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 168, Springer-Verlag, (1996).

[AN 1,8] J.-M. Kantor : *Triangulations of integral polytopes and Ehrhart polynomials*, Institut de Mathematiques de Jussieu, Prepublication 61, (1996); published in : Beiträge zur Algebra und Geometrie / Contributions in Algebra and Geometry, Vol. 39, No.1, (1998), 205-218.

[AN 1,9] J.-M. Kantor : *On the width of lattice-free simplices*, Compositio Mathematica, Vol. 118, Issue 3, (1999), 235-241.

[AN 1,10] R. Schimmrigk : *Scaling behaviour on the space of Calabi-Yau manifolds*, in «Mirror Symmetry II», edited by B.Greene & S.-T.Yau, AMS/IP, Studies in Advanced Mathematics, Volume 1, (1997), ISBN 0-8218-0634-3, pp. 443-453.

[AN 1,11] A. Klemm and P. Mayr : *Strong coupling singularities and non-abelian gauge symmetries in $N = 2$ string theory*, in : «Mirror Symmetry III», AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, ISSN: 1089-3288, Volume: 10, (1999), ISBN: 0-8218-1193-2, (D.H. Phong, L. Vinet, S.-T. Yau, eds.), pp. 171-187.

[AN 1,12] M. Gross: *Topological Mirror Symmetry*, Inventiones Mathematicae, Volume 144, (2001), 75-137.

[AN 1,13] A. Buckley: *Orbifold Riemann-Roch for Threefolds and Applications to Calabi-Yaus*, PhD Thesis, University of Warwick, May 2003.

[AN 1,14] E. Riegler: *Toric Geometry and Mirror Symmetry in String Theory*, PhD Thesis, Technische Universität Wien, 2004, <http://hep.itp.tuwien.ac.at/~kreuzer/prd/RieglerPhD.pdf>



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eρ2]

Προς τα τέλη τού 1994, ο ρώσος μαθηματικός V.V.Batyrev, η εργασία τού οποίου (επί τής μαθηματικοποίησης των «συμμετριών καθρέπτη», βλ. [4], *Journal of Alg. Geometry* 3, (1994), 493-535) είχε προκαλέσει ιδιαίτερη αίσθηση τόσο στους κύκλους των μαθηματικών όσο και σε αυτούς των φυσικών, γνωρίζοντας την εργασία μου επί τού υπολογισμού αναλλοιώτων (με μεθόδους διαφορετικές των ιδικών του), μου πρότεινε να συνεργαστούμε, έτσι ώστε να διαλευκάνουμε κάποιες πιθανές γενικεύσεις σε διαστάσεις ≥ 4 . Προκειμένου να αντιπαρέλθουμε το τεχνικό πρόβλημα τής μη υπάρξεως ολιστικών μη αποκλινουσών, προβολικών αποϊδιωματοποιήσεων σε όλες τις επιθυμητές κατασκευές, εισαγάγαμε τους λεγόμενους *χορδοθεωρητικούς αριθμούς Hodge* $h_{\text{str}}^{p,q} \llbracket X \rrbracket$ μέσω των γεννητριών συναρτήσεων (πολυωνύμων)

$$E_{\text{str}} \llbracket X; u, v \rrbracket = \sum_{p,q} \llbracket -1 \rrbracket^{p+q} h_{\text{str}}^{p,q} \llbracket X \rrbracket u^p v^q$$

και μέσω τού ορισμού «φορμαλιστικών» διορθωτικών όρων

$$E_{\text{str}} \llbracket X; u, v \rrbracket = \sum_{i \in I} E \llbracket X_i; u, v \rrbracket \cdot S \llbracket X_i; uv \rrbracket$$

σε κάθε διαστρωμάτωση X_i των ιδιαζόντων χωρίων (όταν τα ιδιώματα τής θεωρουμένης Gorenstein μιγαδικής ποικιλότητας X είναι σχετικώς «ήπια»). Όπως επισημάναμε στην [Eρ2], η ανάπτυξη μιας νέας ενιαίας θεωρίας είναι στενά συνδεδεμένη με την ακόλουθη αλυσίδα εικασιών:

- **Εικασία I :** Οι συνήθεις αριθμοί Hodge των υπερκειμένων χώρων Y όλων των μη αποκλινουσών προβολικών, λείων (= απ'άκρου εις άκρον) αποϊδιωματοποιήσεων $f: Y \rightarrow X$ ποικιλοτήτων Calabi-Yau είναι *σταθεροί* (δηλ. ανεξάρτητοι μιας ειδικής επιλογής τού Y).
- **Εικασία II :** Οι χορδοθεωρητικοί αριθμοί Hodge ενός συμπαγούς Gorenstein τροχιοπολυπύγματος ταυτίζονται με τους «φυσικούς τροχιοαριθμούς» των Vafa [51] και Zaslow [53].
- **Εικασία III :** Οι χορδοθεωρητικοί αριθμοί Hodge είναι μη αρνητικοί και ικανοποιούν τον κατά Poincaré δυϊσμό.
- **Εικασία IV :** Οι χορδοθεωρητικοί αριθμοί Hodge συμπαγοποιημένων πλήρων διατομών εντός μιας Gorenstein τορικής Fano ποικιλότητας οριζομένης από ένα κιγκλιδωματικό αντικατοπτριστικό πολύτοπο Δ ικανοποιούν τις **ταυτότητες καθρέπτη** σε σχέση με τους χορδοθεωρητικούς αριθμούς Hodge τής γενικής οικογενείας συμπαγοποιημένων πλήρων διατομών εντός τής Gorenstein τορικής Fano ποικιλότητας οριζομένης από το δυϊκό κιγκλιδωματικό αντικατοπτριστικό πολύτοπο Δ^* τού Δ .

- **Εικασία V** : Οι χορδοθεωρητικοί αριθμοί Hodge μιας Calabi-Yau ποικιλότητας (με ήπια ιδιώματα) είναι οι συνήθεις αριθμοί Hodge μιας νέας («χορδοθεωρητικής») θεωρίας συνομολογίας.

Οι εικασίες II και III αποδείχθηκαν ήδη στην [E92] (βλ. 6.11, 6.13, 6.14, 6.15). Στην [E92] αποδείχθηκε επίσης η εικασία IV στην ειδική περίπτωση όπου κανείς θεωρεί μιά μόνη συμπαγοποιημένη υπερεπιφάνεια \underline{Z} εντός του $\mathbf{P}(\Delta)$, κι όπου Δ είναι ένα αντικατοπτριστικό μονόπλοκο. Η απόδειξη της εικασίας IV σε πλήρη γενικότητα έγινε περίπου ένα χρόνο αργότερα στο [AN 2,7] από τους V.V.Batyrev και L.A.Borisov. Αναγγελία μιας αποδείξεως της εικασίας I έγινε σε μια σειρά ομιλιών του M.Kontsevich (Fields Medallist 1998) κατά τα έτη 1995 και 1996, αλλά επί μία διετία δεν υπήρχε δημοσιευμένο ή προδημοσιευμένο αποτέλεσμα πλην τού ακολούθου ασθενέστερου αποτελέσματος τού V.V.Batyrev για τους αριθμούς Betti :

V.V. Batyrev: *On the Betti numbers of birationally isomorphic projective varieties with trivial canonical bundles*, alg-geom/9710020; published in: «New Trends in Algebraic Geometry», eds. K.Hulek, M.Reid, C.Peters and F.Catanese, London Math. Soc. Lecture Note Series, Cambridge University Press, ISBN 0-521-64659-6, (1999), pp. 1-11.

Ο ίδιος συγγραφέας έδωσε τελικώς μίαν ολοκληρωμένη απόδειξη της τον Μάρτιο τού 1998 στο άρθρο [AN 2,20] κάνοντας περίτεχνη χρήση μη αρχιμηδείου ολοκληρώσεως. Στα τέλη Μαρτίου τού 1999, οι Denef και Loeser γενίκευσαν στην [AN 2,29] τα αποτελέσματα της [AN 2,20] μέσω motivic (= κινητηρίου) ολοκληρώσεως και τοπικής θεωρίας παραμορφώσεων και ενσωμάτωσαν κατ' αυτόν τον τρόπο τις πρωταρχικές ιδέες τού M.Kontsevich εντός αυτής.

Η εικασία V αποδείχθηκε τον Απρίλιο τού 2000 από τους Chen και Ruan για (όχι κατ' ανάγκην Gorenstein) τροχιοπολυπύγματα X (βλ. τα άρθρα [AN 2, 44], [AN 2, 45] και [AN 2, 74]). Όταν τα X είναι Gorenstein, οι ομάδες $H_{str}^i(X)$ περιγράφονται (μη εκπεφρασμένως) ήδη στην [E92] (μέσω ορισμού της αντιστοιχίας κατά Hodge αποσυνθέσεως, και της αντιστοιχίας McKay, βλ. [E92], σελ. 902-903, όλη την ενότητα 5, σελ. 910-913, το Θεώρημα 6.14 & το Πρόρισμα 6.15, σελ. 917, καθώς και τα παραδείγματα 6.16, σελ. 917, 6.17, σελ. 918-9, και 8.7, σελ. 927). Η αισθητή πρόοδος, που σημειώθηκε από τους Chen και Ruan, έγκειται στη διεξοδική περιγραφή αυτών των ομάδων χορδικής συνομολογίας μέσω των «τοπικών ομάδων ιστροπιών», (η οποία ισχύει, βάσει μιας κατάλληλης γενικεύσεως, ακόμη και για X τα οποία δεν είναι Gorenstein), και τη λεπτομερή κατασκευή κναθόδους γινομένου (cup-product)

$$H_{str}^p(X) \otimes H_{str}^q(X) \rightarrow H_{str}^{p+q}(X)$$

που καθιστά την $H_{str}^*(X)$ βαθμολογημένο μοναδιαίο δακτύλιο.

Τέλος, η εικασία V παραμένει ακόμη ανοικτή στο επίπεδο προσδιορισμού ενός συνομολογιακού συμπλέγματος (βλ. και [AN 2,7], Remark 4.4) για ποικιλότητες Calabi-Yau X , οι οποίες διαθέτουν τορικά (δηλ., όχι κατ' ανάγκην μόνον πηλικο-)ιδιώματα. Εντούτοις, πιο πρόσφατα αποτελέσματα των L.A.Borisov και A.R. Mavlyutov (βλ. [AN 2,19],[AN 2,23] και [AN 2,64]) φαίνονται να υπόσχονται πολλά και προς αυτήν την κατεύθυνση, και ήδη έχει προδιαγραφεί με σαφήνεια το τι ακριβώς συμβαίνει στην περίπτωση θεωρήσεως *υπερεπιφανειών* Calabi-Yau εμφυτευμένων σε συμπαγείς τορικές ποικιλότητες Fano.

Τρία συμπληρωματικά προβλήματα :

- (α) Επειδή στα ως άνω μοντέλα καθρέπτη οι υπολογισμοί των χορδοθεωρητικών αριθμών Hodge εξαρτώνται από τη δομή των πολυτόπων Δ και Δ^* , είναι λογικό να επιθυμεί κανείς την ταξινόμηση όλων των αντικατοπτριστικών πολυτόπων (ως προς συσχετικούς ακεραίους μετασχηματισμούς). Παρότι είναι γνωστό πως τα αντικατοπτριστικά πολύτοπα δεδομένης διαστάσεως είναι πεπερασμένα, η ταξινόμησή τους εν γένει είναι άγνωστη. (Υπάρχουν μόνο μερικές ταξινομήσεις κάποιων ειδικών Δ .)
- (β) Ο ακριβής αριθμητικός υπολογισμός των χορδοθεωρητικών αριθμών Hodge στην περίπτωση όπου τα αρχικά Δ και Δ^* είναι γνωστά (είτε μέσω των κορυφών τους είτε μέσω ανισοτήτων) είναι δυνατός μόνον όταν κανείς επιλύσει κάποια (άκρως μη τετριμμένα) συνδυαστικά προβλήματα καταμέτρησης κικλιδωματικών σημείων. (Για κλειστούς τύπους υπολογισμού των $h_{\text{str}}^{p,q}[\Delta]$ για ευρείες κλάσεις γνωστών αντικατοπτριστικών πολυτόπων Δ , προβλ. [AN 2,59].)
- (γ) Οι συνθήκες, κάτω από τις οποίες τα (τοπικά) Gorenstein πηλικοϊδιώματα ή τορικά ιδιώματα επιδέχονται πράγματι μη αποκλίνοσες, προβολικές, απ' άκρου εις άκρον διαλύσεις, είναι αρκετά μυστηριώδεις και εν γένει αγνώστου αλγοριθμικής πολυπλοκότητας. Παρ' όλα αυτά είναι ακριβώς εκείνες οι συνθήκες, οι οποίες απαιτούνται, προκειμένου η ως άνω διατυπωθείσα εικασία I να μην είναι κενή περιεχομένου σε διαστάσεις ≥ 4 . Για την περίπτωση των *αβελιανών* Gorenstein πηλικοϊδιωμάτων βλέπε παρακάτω [E ρ 3], [E ρ 4], [E ρ 5], [E ρ 14]. Για τα l.c.i. (και κάποια άλλα) τορικά ιδιώματα βλέπε [E ρ 6].

Διαλέξεις επί τής [E ρ 2]: [Σ5], [Σ18], [Σ31] και [Σ33].

Αναφορές στην [Ερ2]

- [AN 2,1] K. Sugiyama : *Genus one partition function of the Calabi-Yau d -fold embedded in CP^{d+1}* , Preprint, YITP/U-95-14, hep-th/9504115, (1995).
- [AN 2,2] K. Sugiyama : *The Calabi-Yau moduli and the Toda equations*, Nuclear Physics B, Vol. 459, (1996), 693-723.
- [AN 2,3] L. Göttsche : *Orbifold Hodge numbers of Hilbert schemes*, Proc. of Banach-Center Workshop on Parameter Spaces, Banach Center Publications, Vol. 36, Institute of Polish Academy of Sciences (1996), pp. 83-87.
- [AN 2,4] Y. Ito, M. Reid : *The McKay correspondence for finite subgroups of $SL(3, C)$* . In „Higher Dimensional Complex Varieties“, Proceedings of the International Conference held in Trento, Italy, June 15-24, 1994, (edited by M. Andreatta, Th. Peternell), Walter de Gruyter, (1996), pp. 221-240.
- [AN 2,5] A. Libgober : *Automorphisms of crepant resolutions for quotient spaces*, C.R. Acad. Sci. Paris, t. 323, Serie I, (1996), pp. 907-912.
- [AN 2,6] V.V. Batyrev, L.A. Borisov : *On Calabi-Yau complete intersections in toric varieties*. In: „Higher Dimensional Complex Varieties“, Proceedings of the International Conference held in Trento, Italy, June 15-24, 1994, (edited by M. Andreatta, Th. Peternell), Walter de Gruyter, (1996), pp. 39-65.
- [AN 2,7] V.V. Batyrev, L.A. Borisov : *Mirror duality and string theoretic Hodge numbers*, Inventiones Mathematicae, vol. 126, (1996), 183-203.
- [AN 2,8] G. Ewald : *Combinatorial Convexity and Algebraic Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 168, Springer-Verlag, (1996).
- [AN 2,9] D. R. Morrison: *The geometry underlying mirror symmetry*, preprint, alg-geom/9608006, published in: «New Trends in Algebraic Geometry», ed. by K.Hulek, M.Reid, C.Peters and F.Catanese, London Mathematical Society Lecture Note Series, Cambridge University Press, ISBN 0-521-64659-6, (1999), pp. 283-310.
- [AN 2,10] K. Mohri : *F-Theory Vacua in Four Dimensions and Toric Threefolds*, Intern. Journal of Mod. Physics A 14, (1999), 845-874.
- [AN 2,11] A. Dimca, G.I. Lehrer : *Purity and equivariant weight polynomials*, preprint, Report 95-12, The University of Sydney, School of Mathematics and Statistics, (1995); published in „Algebraic Groups and Lie Groups“, (edited by G.I.Lehrer), Australian Mathematical Society Lecture Series, Volume 9, Cambridge University Press, ISBN 0-52-158532-5, (1997), pp. 161-181.
- [AN 2,12] V.V. Batyrev: *Stringy Hodge numbers of varieties with Gorenstein canonical singularities*, Proc. of Taniguchi Symposium: „Integrable Systems and Algebraic Geometry“, Kobe/Kyoto, World Scient., (1998), pp. 1-32.
- [AN 2,13] V.V. Batyrev: *Stringy Hodge numbers and Virasoro algebra*, alg-geom /9711019; published in Math. Res. Letters 7 (2000), 155-164.

- [AN 2,14] P. Mayr: *Mirror symmetry, $N = 1$ superpotentials and tensionless on Calabi-Yau fourfolds*, Nuclear Physics B, Vol. 494, (1997), 489-545.
- [AN 2,15] D. Joyce: *On the topology of desingularizations of Calabi-Yau orbifolds*, preprint, alg-geom/9806146.
- [AN 2,16] S. Bengmark: *Pluri-toric Resolutions of Quotient Singularities*, PhD-Thesis, Department of Mathematics, University of Göteborg, Sweden, ISBN 91-628-3276-X, (1998).
- [AN 2,17] M. Kreuzer, H. Skarke: *Calabi-Yau 4-folds and toric fibrations*, Journal of Geometry and Physics, Vol. 26, (1998), 272-290.
- [AN 2,18] K. Mohri: *Kähler moduli space for a D-brane at orbifold singularities*, Communications in Math. Physics 202, (1999), 669-699.
- [AN 2,19] L.A. Borisov: *String cohomology of a toroidal singularity*, alg-geom/9802052; published in: Journal of Algebraic Geometry, Vol. 9, (2000), 289-300.
- [AN 2,20] V.V. Batyrev: *Non-Archimedean integrals and stringy Euler numbers of log-terminal pairs*, Jour. of the European Math. Soc., Vol. 1, (1999), 5-33.
- [AN 2,21] Y. Ito, H. Nakajima: *McKay correspondence and Hilbert schemes in dimension three*, alg-geom/9803120; published in Topology, Vol. 39 (2000), 1155-1191.
- [AN 2,22] V.V. Batyrev: *Mirror Symmetry and Toric Geometry*, Documenta Mathematica, Extra Volume II, Proc. of the International Congress of Mathematicians 1998, ISSN 1431-0635, pp. 239-248.
- [AN 2,23] L.A. Borisov: *Vertex algebras and mirror symmetry*, alg-geom/9809094; published in Comm. Math. Phys., Vol. 215 (2001), 517-557.
- [AN 2,24] P. Berglund, P. Mayr: *Heterotic String / F-Theory Duality for Mirror Symmetry*, Adv. Th. Math. Physics 2, (1999), 1307-1372.
- [AN 2,25] K. Sugiyama: *Disk amplitudes in topological A-model on Calabi-Yau spaces and Fano-manifolds*, Nuclear Physics B, Vol. 537, (1999), 599-639.
- [AN 2,26] D.A. Cox, S. Katz: *Mirror Symmetry and Algebraic Geometry*, Mathematical Surveys and Monographs, Vol. 68, American Math. Soc., ISBN 0-8218-1059-6, (1999), 469 pages [βλ. ιδιαιτέρως §4.1.3, p. 60; §8.6.4, p. 273, και §12.2.3, p. 402].
- [AN 2,27] Y.-H. He, J.S. Song: *Of McKay correspondence, non-linear sigma-model and conformal field theory*, hep-th/9903056; published in Advances in Theoretical and Mathematical Physics, Vol. 4, Nr. 4, (2000).
- [AN 2,28] M. Verbitsky: *Holomorphic symplectic geometry and orbifold singularities*, alg-geom/9903175; published in: Asian J. Math. 4 (2000), no. 3, 553-563.
- [AN 2,29] J. Denef, F. Loeser : *Germes of arcs on singular algebraic varieties and motivic integration*, Inventiones Mathematicae, Vol. 135, (1999), 201-232.

- [AN 2,30] J. Denef, F. Loeser : *Motivic integration, quotient singularities and the McKay correspondence*, preprint, alg-geom/9903187; published in *Compositio Math.*, Vol. 131, (2002), 267-290.
- [AN 2,31] E. A. Rodland: *A Case of Mirror Symmetry Defined as Non-Complete Intersections and Significant Topology Change for Multiple Mirror Manifold*, PhD Thesis, University of Oslo, Norway, April 1999, 51 pages.
(folk.uio.no/einarro/Projects/Previous/thesis.ps)
- [AN 2,32] A. R. Mavlyutov: *Semi-ample hypersurfaces in toric varieties*, *Duke Math. Journal*, Vol. 101, (2000), 85 - 116.
- [AN 2,33] D.-E. Diaconescu, J. Gomis : *Fractional branes and boundary states in orbifold theories*, hep-th/9906242; published in *Journal of High Energy Physics*, Vol. 10, (2000), 001-048.
- [AN 2,34] J. Zhou: *Delocalized equivariant cohomology of symmetric products*, math.DG/9910028.
- [AN 2,35] D. Kaledin : *McKay correspondence for symplectic quotient singularities*, alg-geom/9907087; published in: *Inventiones Mathematicae*, Vol. 148, (2002), 151-175.
- [AN 2,36] M. Reid : *La correspondance de McKay*, *Seminaire Bourbaki*, 52eme annee, no. 874; published in: *Astérisque*, Vol. 276, (2002), pp. 53-72.
- [AN 2,37] A. Craw : *An introduction to motivic integration*, preprint, alg-geom/9911179. Published in *Proceedings of the Clay Mathematics Institute 2002 Summer School on Geometry and String Theory* (edited by M. Douglas, J. Gauntlett & M. Gross), American Mathematical Society, 2004, pp. 203-225.
- [AN 2,38] H. Nakajima: *Lectures on Hilbert Schemes of Points on Surfaces*. University Lectures Series, Vol. 18, American Math. Society, (1999), ISBN 0-8218-1956-9.
- [AN 2,39] M. Haiman: *McDonald Polynomials and Geometry*, published in: «New Perspectives in Algebraic Combinatorics» (Berkeley, CA, 1996-97), pp. 207-254, *Math. Sci. Res. Inst. Publ.*, 38, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1999.
- [AN 2,40] V. Braun, P. Candelas, X. De la Ossa, A. Grassi : *Toric Calabi-Yau fourfolds, duality between $N = 1$ theories, and divisors that contribute to the superpotential*, preprint, hep-th/0001208.
- [AN 2,41] M. Kreuzer, H. Skarke: *Reflexive polyhedra, weights and toric Calabi-Yau fibrations*, preprint, alg-geom/0001106; published in *Rev. Math. Phys.* 14 (2002), no. 4, 343--374.
- [AN 2,42] K. Sugiyama: *Kähler potential of moduli space of Calabi-Yau d -fold embedded in CP^{d+1}* , preprint, hep-th/0003165; published in *Jour. Math. Phys.* 41, (2000), 8339-8348.
- [AN 2,43] K. Sugiyama: *Kähler potential of moduli space in large radius region of Calabi-Yau manifolds*, hep-th/0003164.
- [AN 2,44] W. Chen, Y. Ruan: *A new cohomology theory for orbifolds*, preprint, alg-geom/0004129; published in: *Comm. in Math. Physics* 248 (2004), 1-31.

- [AN 2,45] W. Chen, Y. Ruan: *Orbifold Quantum Cohomology*, preprint, alg-geom/0005198.
- [AN 2,46] C.J. van Enckevort: *Mirror Symmetry and T-Duality*, PhD Thesis, Universiteit Utrecht, 2000.
- [AN 2,47] J. Bryan, R. Donagi, N. C. Leung: *G-bundles on Abelian Surfaces, Hyperkähler manifolds, and Stringy Hodge Numbers*, alg-geom/0004159; published in: Turkish J. Math. 25 (2001), no. 1, 195-236.
- [AN 2,48] W. Wang, J. Zhou: *Orbifold Hodge numbers of the wreath product orbifolds*, alg-geom/0005124; published in: Journal of Geometry and Physics, Vol. 38, No 2, (2001), 152-169.
- [AN 2,49] J. Denef, F. Loeser : *Geometry of arc spaces of algebraic varieties*, alg-geom/0006050; published in: Proceedings of 3rd European Congress of Math., Barcelona, Progress in Math., Vol. 201, (2001), 327-348, Birkhäuser.
- [AN 2,50] E. Looijenga : *Motivic Measures*, alg-geom/0006220; Seminaire Bourbaki, 52eme annee, no. 874; published in: Astérisque, Vol. 276, (2002), pp. 267-297.
- [AN 2,51] L. Borisov, A. Libgober : *Elliptic genera of singular varieties*, alg-geom/0007108, published in: Duke Math. Jour., Vol. 116 (2003), no. 2, 319-351.
- [AN 2,52] L. Borisov, A. Libgober : *Elliptic genera of singular varieties, orbifold elliptic genus and chiral De Rham complex*, preprint, alg-geom/0007126; published in *Mirror symmetry, IV (Montreal, QC, 2000)*, 325-342, AMS/IP Stud. Adv. Math., 33, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2002.
- [AN 2,53] M. Mustata (with an appendix by D. Eisenbud and E. Frenkel): *Jet Schemes of L.C.I. canonical singularities*, alg-geom/0008002; published in the journal *Inventiones Mathematicae*, Vol. 145, (2001), pp. 397-424.
- [AN 2,54] D.D. Joyce: *Compact Manifolds with Special Holonomy*, Oxford Mathematical Monographs, Oxford University Press, (2000), ISBN 0-19-850601-5, 436 pages [βλ. ιδιαιτέρας §6.4.3, pp. 131-132, και §6.10, p. 146].
- [AN 2,55] M. Thaddeus: *Mirror symmetry, Langlands duality and commuting elements of Lie groups*, alg-geom/0009081; published in: Internat. Math. Res. Notices (2001), no. 22, 1169-1193.
- [AN 2,56] Y. Hu, C.-H. Liu, S.-T. Yau: *Toric morphisms and fibrations of Toric Calabi-Yau hypersurfaces*, preprint, alg-geom/0010082; published in: Adv. Theor. Math. Phys. 6 (2002), no. 3, 457-506.
- [AN 2,57] Y. Ruan: *Stringy geometry and topology of orbifolds*, preprint, alg-geom/0011149; published in "Symposium in Honour of C.H. Clemens", Contemporary Mathematics, vol. 312, American Math. Society, 2002, pp. 187-233.
- [AN 2,58] E.A. Rodland: *The Pfaffian Calabi-Yau, its Mirror, and their Link to the Grassmannian $G(2,7)$* , *Compositio Mathematica* 122, (2000), 135-149.
- [AN 2,59] C.A. Haase: *Lattice Polytopes and Triangulations (with Applications to Toric Geometry)*, PhD-Thesis, TU-Berlin, 2000, electronically available from: http://edocs.tu-berlin.de/diss/2000/haase_christian.pdf

- [AN 2,60] P. Mayr: *Phases of Supersymmetric D-Branes on Kähler Manifolds and the McKay correspondence*, hep-th/0010223v3; published in: JHEP 0101 (2001) 018.
- [AN 2,61] A. Craw: *The McKay Correspondence and Representations of McKay Quiver*, PhD-Thesis, University of Warwick, June 2001, electronically available from: <http://www.math.sunysb.edu/~craw/pubs/>
- [AN 2,62] W. Chen: *A Homotopy Theory of Orbispaces*, math.AT/ 0102020.
- [AN 2,63] T. Hausel, M. Thaddeus: *Examples of mirror partners arising from integrable systems*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 333 (2001), no. 4, 313-318.
- [AN 2,64] L.A. Borisov, A.R. Mavlyutov: *String cohomology of Calabi-Yau hypersurfaces via mirror symmetry*, math.AG/01099096; published in: Advances in Math., Vol. 180 (2003), no. 1, 355-390.
- [AN 2,65] Brion M., Peyre E.: *The virtual Poincaré polynomials of homogeneous spaces*, math.AG/0102052; published in: Compositio Math. 134 (2002), 319-335.
- [AN 2,66] L. Göttsche: *On the motive of the Hilbert scheme of points on a surface*, Math. Res. Lett. 8, (2001), 613-627.
- [AN 2,67] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Société Math. de France, Volume 6, (2002), pp. 1-41.
- [AN 2,68] T. Ito: *Stingy Hodge numbers and p-adic Hodge Theory*, University of Tokyo, preprint, 2002. (UTMS 2002-1.); published in: Compositio Mathematica 140 (2004), 1499-1517.
- [AN 2,69] Y.-H. He: *On Algebraic Singularities, Finite Graphs and D-Brane Gauge Theories: A String Theoretic Perspective*, preprint, hep-th/0209230.
- [AN 2,70] B. Fu: *Symplectic resolutions for quotient singularities*, math.AG/0206288.
- [AN 2,71] B. Fu: *Résolutions symplectiques pour les singularités symplectiques*, PhD Thesis, University of Nice, Sophia-Antipolis, France, December 2003.
- [AN 2,72] E.J. Martinec, G. Moore: *On Decay of K-Theory*, preprint, hep-th/ 0212059.
- [AN 2,73] V. Ginzburg, D. Kaledin: *Poisson Deformations of symplectic quotient singularities*, preprint, math.AG/0212279; published in: Advances in Math. 186 (2004), 559-592.
- [AN 2,74] W. Chen, Y. Ruan: *Orbifold Gromov-Witten Theory*, in “Orbifolds in Mathematics and Physics”, Contemporary Mathematics, Vol. 310, A.M.S., ISBN 0-8218-2990-4, 2002, pp. 25-85.
- [AN 2,75] S. Hosono: *Mirror symmetry*, Sugaku Expositions 15 (2002), 31-52.
- [AN 2,76] T. Hausel, M. Thaddeus: *Mirror symmetry, Langlands duality, and the Hitchin system*, Inventiones Mathematicae, Vol. 153 (2003), no. 1, 197-229.
- [AN 2,77] M. Poddar: *Orbifold Hodge numbers of Calabi-Yau hypersurfaces*, Pacific J. Math. 208 (2003), no. 1, 151-167.

- [AN 2,78] W. Veys: *Stringy zeta functions for \mathbb{Q} -Gorenstein varieties*, Duke Math. J. 120 (2003), no. 3, 469-514.
- [AN 2,79] Y. Ito: *The McKay correspondence-a bridge from algebra to geometry*. European women in mathematics (Malta, 2001), World Sci., River Edge, NJ, 2003, pp. 127-147.
- [AN 2,80] A. Degeratu: *Flops of crepant resolutions*, Turkish J. Math. J. 28 (2004), 23-40.
- [AN 2,81] D. Wan: *Mirror symmetry for zeta functions*, preprint, math.AG/0411464, published in "Mirror Symmetry V", AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, Vol.38, 2007, pp. 159-184.
- [AN 2,82] A. Libgober, M. Szczesny: *Discrete torsion, orbifold elliptic genera, and the chiral de Rham complex*, preprint, math.AG/0412422; published in Pure Appl. Math. Q. 2 (2006), no 4, part 2, pp. 1217-1236.
- [AN 2,83] C. Voisin: *Intrinsic pseudo-volume forms and K-correspondences*. In: "The Fano Conference", Univ. Torino, Turin, 2004, (Edited by Alberto Collino, Alberto Conte and Marina Marchisio), ISBN 88-900876-1-7, pp. 761-792
- [AN 2,84] Y.-H. He: *Lectures on D-branes, gauge theories and Calabi-Yau singularities*, hep-th/0408142.
- [AN 2,85] T. Hausel: *Mirror symmetry and Langlands duality in the non-Abelian Hodge theory of a curve*, in: "Geometric Methods in Algebra and Number Theory", Progress in Math., Vol. 235, Birkhäuser, (2005), pp. 193-217.
- [AN 2,86] M. Mustata, S. Payne: *Ehrhart polynomials and stringy Betti numbers*, Mathematische Annalen 333 (2005), 787-795.
- [AN 2,87] K. Karu: *Ehrhart analogues of the h-vector*, math.AG/0607286; published in "Integer Points in Polyhedra: Proceedings of an AMS-IMS-SIAM Joint Summer Research Conference, June 2006, Snowbird, Utah", Contemporary Mathematics, Vol. 452, American Mathematical Society, 2008, pp. 139-146.
- [AN 2,88] A.M. Kasprzyk : *Toric Fano Varieties and Convex Polytopes*, PhD Thesis, University of Bath, United Kindom, March 2006, 161 pages.
(<http://www.kent.ac.uk/IMS/personal/amk30/research/pdf/Thesis.pdf>)
- [AN 2,89] J. Shepers: *Stringy invariants of singular algebraic varieties*, PhD Thesis, University of Leuven, Belgium, May 2006, 98 pages.
(<http://www.math.leidenuniv.nl/~jschepers/koepeljan.pdf>)
- [AN 2,90] M. Beck, S. Robins: *Computing the Continuous Discretely. Integer-Point Enumeration in Polyhedra*, Undergraduate Texts in Mathematics, 226 pages, ISBN 978-0-387-29139-0, Springer-Verlag, 2007. [βλ. ιδιαίτέρας end of Chapter 4].
- [AN 2,91] D.D. Joyce: *Holonomy Groups and Calibrated Geometry*, Oxford Graduate Texts in Mathematics, Vol. 12, ISBN 019921560X, Oxford University Press, 2007 [βλ. ιδιαίτέρας σελ. 132].
- [AN 2,92] A. Adem, J. Leida, Y. Ruan: *Orbifolds and String Cohomology*, Cambridge Tracts in Mathematics, Vol. 171, Cambridge University Press, 2007 [βλ. ιδιαίτέρας σελ. x και 79].

[AN 2,93] M. Gross, B. Siebert: *Mirror symmetry via logarithmic degeneration data II*, math.AG/0709.2290.

[AN 2,94] S. Rams: *Defect and Hodge numbers of hypersurfaces*, *Advances in Geometry* 8 (2008), no 2, pp. 257-288.

[AN 2,95] S. Payne: *Ehrhart series and lattice triangulations*, *Discrete and Computational Geometry* 40 (2008), 365-376.

[AN 2,96] V.V. Batyrev, B. Nill: *Combinatorial aspects of mirror symmetry*, in: *“Integer Points in Polyhedra: Proceedings of an AMS-IMS-SIAM Joint Summer Research Conference, June 2006, Snowbird, Utah”*, *Contemporary Mathematics*, Vol. 452, American Mathematical Society, 2008, pp. 35-66.

[AN 2,97] A. Stapledon: *Weighted Ehrhart Theory and Orbifold Cohomology*, *Advances in Mathematics* 219, no. 1 (2008), 63-88.

[AN 2,98] A. Stapledon: *Motivic Integration on Toric Stacks*, math.AG/0805.0437.

[AN 2,99] J. Shepers: *On the Hard Lefschetz property of stringy Hodge numbers*, math.AG/0803.1237; to appear in *Journal of Algebra*.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eρ3]

Μεταβαίνοντας την άνοιξη τού 1995 στο Πολυτεχνείο τού Βερολίνου, ήμουν τής γνώμης πως είχε πλέον ωριμάσει ο καιρός προκειμένου να ξεκινήσει μια εκτεταμένη έρευνα (στο πλαίσιο τής Τοπικής Θεωρίας Ιδιωμάτων) για τον εντοπισμό εκείνων των συνθηκών, οι οποίες θα εγγυούντο την ύπαρξη προβολικών, μη αποκλινόντων αμφιρρήτων μορφισμών διαλύσεως των Gorenstein αβελιανών υψηλοδιάστατων πηλικοϊδιωμάτων. (Ερώτημα το οποίο ετέθη, μεταξύ άλλων, και από τον M.Reid ήδη από το 1992). Τα πρώτα αποτελέσματα ήσαν εντελώς πειραματικά, αλλά οδήγησαν στη διαπίστωση τού ότι μια πληθώρα από Gorenstein αβελιανά πηλικοϊδιώματα διαστάσεως ≥ 4 είναι όντως διαλύσιμα με τον επιθυμητό τρόπο. Τότε, σε συνεργασία με τους G. M. Ziegler και M. Henk, πρωτοξεκίνησε μια προσπάθεια κατανοήσεως τού προβλήματος εις πλάτος και εις βάθος. Το project αυτό διήρκεσε πολλά έτη και έδωσε μια σειρά εργασιών (στις οποίες συμμετείχαν από καιρού εις καιρόν και άλλοι μαθηματικοί, πρβλ. [Eρ3], [Eρ4], [Eρ5], [Eρ6], [Eρ9], [Eρ11]), έως ότου καταλήξουμε στο επιστέγασμα των ερευνών μας με την πιο πρόσφατη εργασία μας [Eρ14].

Η εργασία [Eρ3] (η πρώτη εκ των προαναφερθέντων) εμπεριέχει την απόδειξη τού εξής θεωρήματος: *Όλα τα αβελιανά πηλικοϊδιώματα, τα οποία έχουν υποκειμένους χώρους εμφυτευσίμους ως πλήρεις διατομές εντός συσχετικών μιγαδικών χώρων, επιδέχονται προβολικές, μη αποκλινούσες, κατασκευαστικά υλοποιήσιμες, τοροϊσομεταβλητές διαλύσεις σε όλες τις διαστάσεις.* Η τεχνική αποδειξέως του βασίζεται αφενός μεν στην αναγωγή τής κατά Watanabe ταξινομήσεως [33] των ως άνω πηλοκοϊδιωμάτων σε τορικά Gorenstein ιδιώματα έχοντα εταιρικούς ρητούς κώνους υποστηρίζοντες ειδικής φύσεως κιγκλιδωματικά μονόπλοκα (τα οποία είναι δυνατόν να παραμετροποιηθούν μέσω Θεωρίας Δένδρων και Δασών), και αφετέρου στην κάπως τροποποιημένη εφαρμογή τής μεθόδου των Kempf και Mumford [15] για την κατασκευή «όμορφων» βασικών, συμφυών τριγωνοποιήσεων κάποιων χαρακτηριστικών (θεμελιακού τύπου) ακεραίων μονοπλόκων. (Στο τελευταίο βήμα τής αποδείξεως γίνεται χρήση τού «λήμματος συρραφής» για τις επί μέρους τριγωνοποιήσεις.)

Εκτός αυτού καθίσταται δυνατός ο επακριβής υπολογισμός των διαστάσεων των μη τετριμμένων ομάδων συνομολογίας των υπερκειμένων χώρων των μη αποκλινουσών διαλύσεων των ως άνω πηλικοϊδιωμάτων μέσω επαγωγής και χρησιμοποίησης των πολυωνύμων Ehrhart (βλ. ενότητα 7).

- Διαλέξεις επί τής [Eρ3]: [Σ15], [Σ19] και [Σ20].

Αναφορές στην εργασία [E03]

[AN 3,1] M. Reid : *McKay Correspondence*, Proc. of Algebraic Geometry Symposium (Kinosaki 1996), Ed. By T. Katsura, pp. 14-41.

[AN 3,2] C. Ahn, H. Kim : *Branes at \mathbb{C}^4/Γ Singularity from Toric Geometry*, Journal of High Energy Phys. 4, (1999), 012, 1-24.

[AN 3,3] G. M. Ziegler: *Methoden der Kombinatorischen Geometrie im Einsatz*, Mathematische Semesterberichte 46, (1999), 187-203.

[AN 3,4] M. Reid : *La correspondance de McKay*, Seminaire Bourbaki, 52eme annee, no. 874; published in: Astérisque, Vol. 276, (2002), pp. 53-72.

[AN 3,5] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 3,6] M. Sebestean: *A smooth four-dimensional G-Hilbert scheme*, Serdica Math. J. 30 (2004), 283-292.

[AN 3,7] M. Sebestean: *Correspondance de McKay et équivalences dérivées*, Thèse de Doctorat, Décembre 2005, Université Paris VII (Denis Diderot).

[AN 3,8] B. Bertrand: *Euler characteristic of primitive T-hypersurfaces and maximal surfaces*, math.AG/0602534; to appear in J. Inst. Math. De Jussieu.

[AN 3,9] B. Bertrand, F. Bihan: *Euler characteristic of real non-degenerate tropical complete intersections*, math.AG/0710.1222.

[AN 3,10] M. Sebestean: *Smooth toric G-Hilbert schemes via G-graphs*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, 344 (2007) 115–119.

[AN 3,11] J. De Loera, J. Rambau, F. Santos: *Triangulations: Structures and Algorithms*, book in preparation; preliminary version electronically available at <http://www.math.ucdavis.edu/~deloera/BOOK/Sept2008version.pdf>



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Ερ4]

Το πρώτο τμήμα αυτής τής εργασίας είναι αφιερωμένο στη συνοπτική επεξήγηση των μεθόδων τής Τορικής Γεωμετρίας που απαιτούνται για την μεταφορά τού προβλήματος υπέρξεως μη αποκλινουσών, προβολικών διαλύσεων των Gorenstein αβελιανών πηλικοϊδιωμάτων και τής «ευρείας» κατά McKay αντιστοιχίας σε πρόβλημα τριγωνοποίησης.

Η ενότητα 1 είναι εισαγωγική και περιέχει το πρόσφατο status των αποτελεσμάτων επί τού προβλήματος. Στη δεύτερη ενότητα ανακαλούνται θεμελιώδη θεωρήματα που αφορούν στις τορικές ποικιλότητες. Η ενότητα 3 εμπεριέχει λεπτομερειακή αναφορά στη διαδικασία «επάρσεως» ή «διογκώσεως» (ή κατ' άλλους «εκρήξεως», blow-up) μιγαδικών ποικιλοτήτων κατά μήκος υποποικιλοτήτων ή - πιο γενικά - κατά μήκος (όχι απαραίτητως ανηγμένων) κλειστών υποδιασχημάτων τους. Ιδιαίτερη μνεία γίνεται στην ειδική περίπτωση επάρσεως τορικών ποικιλοτήτων. Η Prop. 3.8 είναι απολύτως νέα και περιγράφει επακριβώς το τι είναι η ορθοθετημένη έπαρση κλειστών σημείων στην τορική κατηγορία. Δι αυτού τού τρόπου (καθώς και με την παροχή συγκεκριμένων παθολογικών παραδειγμάτων στην 3.7) εξαλείφονται κάποιες ασάφειες τής λοιπής βιβλιογραφίας. (Πολλοί συγγραφείς συγχέουν τη συνήθη έπαρση μιας τορικής ποικιλότητας κατά μήκος τής κλειστής θήκης $V(\tau)$, όπου τ είναι ένας κώνος, με την αστρική υποδιαίρεση τού περιβάλλοντος ριπιδίου (fan) ως προς τον τ . Οι δύο έννοιες είναι ταυτόσημες μόνο στην περίπτωση όπου κανείς δουλεύει με λείες τορικές ποικιλότητες!)

Στην §4 εξηγείται το πώς κανείς μπορεί να εκλάβει τους ολικούς χώρους προβολικοποιημένων δεσμών (οι οποίες διασπώνται σε άθροισμα πεπερασμένων συστρεπτών υπερεπιπεδικών δεσμών) υπεράνω ενός μιγαδικού προβολικού χώρου ως τορικές ποικιλότητες οριζόμενες από απολύτως «χειροπιαστά» ριπίδια (βλ. Lemma 4.5). Επίσης γίνονται κάποια σχόλια γύρω από τη Θεωρία Τομών αυτών των δεσμών (βλ. (c)) και υπολογίζονται δύο σημαντικοί αριθμοί αυτοδιατομής (που χρησιμοποιούνται αργότερα στην § 8, βλ. Prop. 4.10).

Μετά τις αντιστοιχίες μεταξύ αποϊδιωματοποιήσεων και τριγωνοποιήσεων των ενότητων 5 και 6, γίνεται μια πιο εκτεταμένη αναφορά (στην §7) για το τι συμβαίνει στις «μικρές» διαστάσεις 2 και 3 (βλ. ιδιαιτέρως 7.1, 7.2, 7.4, καθώς και το κριτήριο μοναδικότητας 7.8).

Οι ενότητες 8 και 9 περιέχουν τα κύρια αποτελέσματά μας. Έχοντας ως σημείο εκκινήσεώς μας τα ιδιώματα A_n στη διάσταση 2, το κριτήριο μοναδικότητας στη διάσταση 3, και μια παρατήρηση τού M.Reid για τη διάσταση 4, μελετούμε στην πλήρη γενικότητα και σε οιαδήποτε διάσταση τη μονοπαραμετρικοποιημένη σειρά κυκλικών πηλικοϊδιωμάτων τα οποία κατέχουν νεανικά κινγκλιδωματικά μονόπλοκα (junior lattice simplices) με ακέραια σημεία ευρισκόμενα επ' ευθείας. Όπως συνάγεται από το λήμμα 8.1. όλα αυτά είναι τού τύπου

$$\frac{1}{l} \mathbb{h}_{1,1, \mathbf{K}, 1, 1, l - (r - 1)} \mathbb{Q}, \quad l \geq r \geq 2.$$

Στο Θεώρημα 8.2 αποδεικνύουμε την ύπαρξη μιας **μοναδικής**, προβολικής, μη αποκλίνουσας (μεγιστοτικής αλλ' εν γένει μερικής) αποϊδιωματοποιήσεως των αντιστοιχών πηλικοχώρων, η οποία είναι πλήρης (δηλαδή απ' άκρου εις άκρον) εάν και μόνον εάν

$$l \equiv 0 \pmod{r-1} \quad \text{ή} \quad l \equiv 1 \pmod{r-1}. \quad (*)$$

Όταν μία από αυτές τις συνθήκες (*) ικανοποιείται, τότε οι διαστάσεις των ομάδων συνομολογίας τού υπερκειμένου (απολύτως λείου) χώρου είναι ευκόλως υπολογίσιμες. Στο Θεώρημα 8.4 είμαστε μάλιστα σε θέση να περιγράψουμε την αναλυτική δομή καθενός εκ των προκυπτόντων εξαιρετέων αναγώγων διαιρετών (= υποποικιλιότητων συνδιαστάσεως 1 που υποκαθιστούν το ιδιάζον χωρίο τού πηλικοχώρου) ως προβολικοποιημένων δεσμών και να υπολογίσουμε τους μεταξύ τους αριθμούς τομής μέσω κλειστών τύπων.

Επιπροσθέτως, στις προτάσεις 9.2 και 9.3 δείχνουμε το πώς ο αμφίρρητος μορφισμός διαλύσεως (των ιδιωμάτων) μπορεί να παρασταθεί ως σύνθεση πεπερασμένου πλήθους μορφισμών επάρσεως κατά δύο διαφορετικούς «κανονικούς» τρόπους. Στο τέλος, κλείνοντας την εργασία (με την ενότητα 10), κάνουμε κάποια σχόλια γύρω από μιαν άλλη μονοπαραμετροποιημένη σειρά κυκλικών πηλικοϊδιωμάτων, τα μέλη τής οποίας μάλλον και αυτά επιδέχονται ειδικές διαλύσεις με όλες τις επιθυμητές ιδιότητες σε οιαδήποτε διάσταση.

- Διαλέξεις επί τής [E04]: [Σ19], [Σ20] και [Σ42].

Αναφορές στην εργασία [E04]

[AN 4,1] K. Mohri: *Kähler moduli space for a D-brane at orbifold singularities*, Communications in Math. Physics 202, (1999), 669-699.

[AN 4,2] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 4,3] F. Anselmo, J. Ellis, D.V. Nanopoulos, G. Volkov: *Universal Calabi-Yau algebra: towards an unification of complex geometry*. Internat. J. Modern Phys. A 18 (2003), no. 30, 5541-5612.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Ερ5]

Η εργασία αυτή γενικεύει τη μελέτη τής υπάρξεως προβολικών, μη αποκλινουσών διαλύσεων κυκλικών Gorenstein πηλικοιδιωμάτων, που ξεκίνησε στην [Ερ4] για μια μονοπαραμετροποιημένη σειρά, στην περίπτωση σειρών εξαρτωμένων από 2 παραμέτρους. Εδώ η δυσκολία διερευνήσεως διευρύνεται όχι μόνον επειδή εξαρχής χάνεται η μονοσημαντότητα τριγωνοποιήσεως τού νεανικού μονοπλόκου, αλλά και γιατί οι γραμμικές αλληλεξαρτήσεις μεταξύ κάποιων χαρακτηριστικών κηγλιδωματικών διανυσμάτων καθίστανται όλο και πιο περίπλοκες. Γι' αυτόν τον λόγο θα ήταν μάλλον αδύνατο να απολήγαμε στο κεντρικό μας θεώρημα χωρίς την ουσιαστική βοήθεια που μας παρείχαν οι μηχανιστικοί (διά μέσου computer) αριθμητικοί έλεγχοι οι οφειλόμενοι στον (τότε) φοιτητή U.Haus. Οι αριθμητικοί αυτοί έλεγχοι μας ενέπνευσαν για να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα τού Sebö (Theorem 2.5) σε συνδυασμό με την πλούσια γεωμετρία και αριθμοθεωρία που εκπηγάζουν από τη θεωρία δισδιαστάτων κώνων. (Ήταν τουλάχιστον απρόσμενο το ότι αναγκαστήκαμε να καταφύγουμε σε στοιχεία αυτής τής θεωρίας, ορισμένα εκ των οποίων εντοπίζονται σε εργασίες τού Felix Klein [33], [34], [35] που εγράφησαν στη δεκαετία 1880-1890, προκειμένου να αντιμετωπίσουμε κάποιες καθοριστικής φύσεως δυσκολίες που προέκυψαν στην πορεία). Το κύριο θεωρητικό αποτέλεσμα (Theorem 5.13) διατυπώνεται ως εξής: Ένα Gorenstein κυκλικό msc-πηλικοϊδίωμα $(X(N_G, \Delta_G), \text{orb}(s_0))$, ο ορίζον τύπος τού οποίου εξαρτάται από δύο παραμέτρους, είναι διαλύσιμο μέσω μη αποκλινόντων, προβολικών, τοροϊσομεταβλητών αμφιρρήτων μορφισμών **εάν και μόνον εάν** $\text{Hlb}_{N_G} \mathbb{S}_0 \mathbb{J} = s_G \cap N_G$. Η **αριθμητική έκφραση** αυτής τής συνθήκης υπάρξεως με τη βοήθεια των «βαρών» τού ορίζοντος τύπου είναι σαφώς πιο περίπλοκη από την (*). Πιο συγκεκριμένα, περιλαμβάνει υποσυνθήκες στις οποίες υπεισέρχεται η ανάπτυξη πηλίκου κάποιων αριθμών εξαρτωμένων από τις δύο παραμέτρους α και β σε **συνεχή κλάσματα** (Thm. 5.15). Έτσι, η αλγοριθμική πολυπλοκότητα για την εφαρμογή τής αρχικής συνθήκης είναι εκείνη ενός πεπερασμένου πλήθους **ευκλειδείων αλγορίθμων**. Τέλος, και ο υπολογισμός των διαστάσεων συνομολογίας των υπερκειμένων χώρων των αποϊδιωματοποιήσεων είναι και αυτός σχετικώς κοπιώδης, αν και απολύτως δυνατός (βλ. 7.5 και 7.6).

- Διαλέξεις επί τής [Ερ5]: [Σ19], [Σ20] και [Σ42].

Αναφορές στην εργασία [Ερ5]

[AN 5, 1] K. Mohri: *Kähler moduli space for a D-brane at orbifold singularities*, Communications in Math. Physics 202, (1999), 669-699.

[AN 5,2] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 5,3] K. Aardal, R. Weismantel, L.A. Wolsey: *Non-standard approaches to integer programming*, Discrete Appl. Math. 123 (2002), 5-74.

[AN 5,4] P. Popescu-Pampu: *The geometry of continued fractions and the topology of surface singularities*, math.GT/0506432v2; published in "Singularities-Sapporo 2004", Advanced Studies in Pure Mathematics, Vol. 46, Kinokuniya, Tokyo, 2007, pp. 119-195.

[AN 5,5] D.A. Cox, J. Little, H. Schenck: *Toric Varieties*, book in preparation; preliminary version electronically available at: <http://www.cs.amherst.edu/~dac/toric/toric.pdf>



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Er6]

Η κλάση των Gorenstein αβελιανών πηλικοιδιωμάτων αποτελεί την τομή δύο ευρύτερων κλάσεων ιδιωμάτων:

$$\mathbb{K}\text{Gorenstein αβελιανά πηλικοιδιώματα} = \mathbb{K}\text{ Gorenstein πηλικοιδιώματα} \cap \mathbb{K}\text{Gorenstein τορικά ιδιώματα}$$

Είναι φυσικό λοιπόν να τίθεται το ερώτημα τού κατά πόσον το πρόβλημα υπάρξεως διαλύσεων μέσω μη αποκλινόντων, προβολικών αμφιρρήτων μορφισμών σε διαστάσεις ≥ 4 μπορεί να αντιμετωπισθεί γενικότερα στη μια ή στην άλλη υπερκλάση.

Για τα μη αβελιανά, Gorenstein πηλικοιδιώματα τα μέχρι τώρα γνωστά θεωρήματα είναι ελάχιστα. Αντιθέτως, όπως δείχνουμε στην [Er6] εργαζόμενοι στην κλάση των Gorenstein τορικών ιδιωμάτων, το πρόβλημα τής υπάρξεως των επιθυμητών διαλύσεων μπορεί και πάλι να αναχθεί σε πρόβλημα υπάρξεως βασικών, συμφών κικλιδωματικών τριγωνοποιήσεων πολυτόπων, τα οποία όμως αυτή τη φορά δεν είναι κατ'ανάγκην μονόπλοκα.

Συγκεκριμένα, αποδεικνύουμε **κατασκευαστικώς** την ύπαρξη τέτοιων τριγωνοποιήσεων (έχοντας μάλιστα, σε πολλές περιπτώσεις, τη δυνατότητα τής μελέτης τής αναλυτικής δομής των εξαιρετέων διαιρετών) για τις ακόλουθες κλάσεις κικλιδωματικών πολυτόπων:

- (α) Πολύτοπα Fano (βλ. Proposition 3.19).
- (β) H_d -συμβιβαστά πολύτοπα (βλ. Theorem 3.21).
- (γ) Πολύτοπα Nakajima (βλ. Theorem 5.1).

Σημειωτέον ότι τα πολύτοπα Nakajima ταξινομούν (βάσει τής εργασίας [32]) όλα τα δυνατά Gorenstein τορικά ιδιώματα, τα οποία μπορούν να εκφραστούν ως τοπικώς πλήρεις διατομές. Έτσι, το κύριο θεώρημά μας 1.2 προσλαμβάνει έναν σαφώς αλγεβρικό χαρακτηρισμό λόγω τής εξής ταξινομήσεως των δακτυλίων Noether:

$$\mathfrak{d}_{\text{regular}} \mid \Rightarrow \mathfrak{d}_{\text{l.c.i.}} \mid \Rightarrow \mathfrak{d}_{\text{Gorenstein}} \mid \Rightarrow \mathfrak{d}_{\text{Cohen-Macaulay}} \mid$$

Εκτός τούτου, το θεώρημα 1.2 γενικεύει -κατά βάσιν- και το κύριο θεώρημα τής [Eρ3]. (Θα πρέπει βεβαίως να τονισθεί ότι οι κατασκευές και οι τεχνικές αποδείξεων τού άρθρου [Eρ3] είναι εντελώς διαφορετικές κι ότι μόνον αυτές οδηγούν σε μιαν άμεση ομαδοθεωρητική ερμηνεία των υποκειμένων χώρων των αντιστοιχίων ιδιωμάτων).

Το κλειδί για την απόδειξη τού θεωρήματος 5.1 είναι η διαπίστωση τού ότι κάθε πολύτοπο Nakajima διαστάσεως d μπορεί να παρουσιασθεί ως το πολύτοπο το προερχόμενο από την τομή ενός πρίσματος ημιευθειών υπεράνω ενός άλλου πολύτοπου Nakajima διαστάσεως $d-1$ με ένα υπερεπίπεδο οριζόμενο μέσω ενός συναρτησοειδούς, το οποίο προσλαμβάνει μη αρνητικές τιμές (βλ. λήμμα 4.6). Η διαπίστωση αυτή καθιστά δυνατή τη χρήση **μαθηματικής επαγωγής**. Το υπόλοιπο τής αποδείξεως βασίζεται στη διαδικασία «**έλξεως κορυφών**» (βλ. λήμμα 5.5) και την απόδειξη τού ότι εάν η προβολή ενός στοιχειώδους μονοπλόκου (ως προς τη μια μεταβλητή) αποτελεί ένα βασικό μονόπλοκο, τότε και το αφετηριακό αυτό μονόπλοκο θα είναι αναγκαστικά βασικό (βλ. Λήμμα 5.7).

Στη συνέχεια τής εργασίας [Eρ6] αποδεικνύουμε το ότι οι \mathbb{C} -άλγεβρες (δακτύλιοι συντεταγμένων) $R_p = \mathbb{C}[t_p \cap Z^d]$, οι αντιστοιχούσες σε όλα τα πολύτοπα Nakajima, πληρούν την **ιδιότητα Koszul** (βλ. Prop. 5.12). Αυτή, συνδυαζόμενη με κάποια αποτελέσματα που οφείλονται στους Bruns, Gubeladze και Trung [9], έχει ουσιαστικώς ως επακόλουθο πως ο R_p γράφεται υπό την μορφή πηλίκου

$$R_p \cong \mathbb{C} \left\| T_1, T_2, \mathbf{K}, T_{\#} \right\|_{\#} \Big/ I_p$$

όπου το διωνυμικό ιδεώδες I_p έχει μια βάση Gröbner βαθμού 2.

Τέλος, στην ενότητα 6, δίνουμε τρόπους υπολογισμού των διαστάσεων των ομάδων συνομολογίας, ενώ στην ενότητα 7 εφαρμόζουμε τα αποτελέσματά μας σε δυο κλάσεις «ακραίων» παραδειγμάτων ιδιωμάτων (δημιουργούμενων μέσω διαστολών βασικών μονοπλόκων και κιγκλιδωματικών ορθογωνίων παραλληλογράμμων, αντιστοίχως) προσδιορίζοντας ταυτοχρόνως και τις **εξισώσεις τους**. (Οι εξισώσεις όχι μόνον των δύο αυτών κλάσεων παραδειγμάτων, αλλά και **όλων** των τορικών ιδιωμάτων, τα οποία είναι πλήρεις διατομές, προσδιορίστηκαν αργότερα μέσω τής εργασίας [Eρ12].)

- Διαλέξεις επί τής [Eρ6]: [Σ25], [Σ31], [Σ41] και [Σ42].

Αναφορές στην εργασία [Ε06]

- [AN 6,1] Ziegler G.M.: *Methoden der Kombinatorischen Geometrie im Einsatz*, Mathematische Semesterberichte 46, (1999), 187-203.
- [AN 6,2] M. Mustata (with an appendix by D. Eisenbud and E. Frenkel): *Jet Schemes of L.C.I. canonical singularities*, Inventiones Mathematicae, Vol. 145, (2001), pp. 397-424.
- [AN 6,3] D. Kaledin : *McKay correspondence for symplectic quotient singularities*, Inventiones Mathematicae, Vol. 148, (2002), 151-175.
- [AN 6,4] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Volume 6, (2002), pp. 1-41
- [AN 6,5] F. Anselmo, J. Ellis, D.V. Nanopoulos, G. Volkov: *Universal Calabi-Yau algebra: towards an unification of complex geometry*. Internat. J. Modern Phys. A 18 (2003), no. 30, 5541-5612.
- [AN 6,6] Sh. Ishii, J. Kollár: *The Nash problem on arc families of singularities*. Duke Math. J. 120 (2003), no. 3, 601-620.
- [AN 6,7] B. Nill : *Gorenstein Toric Fano Varieties*, PhD Thesis, Universität Tübingen, 179 pages, 2005, <http://w210.ub.uni-tuebingen.de/dbt/volltexte/2005/1888/pdf/nill.pdf>
- [AN 6,8] B. Nill : *Gorenstein Toric Fano Varieties*, preprint, math.AG/0405448; published in: Manuscripta Math. 116 (2005), No 2, 183-210.
- [AN 6,9] M. Sebestean: *A smooth four-dimensional G-Hilbert scheme*, Serdica Math. J. 30 (2004), 283-292.
- [AN 6,10] M. Sebestean: *Correspondance de McKay et équivalences dérivées*, Thèse de Doctorat, Décembre 2005, Université Paris VII (Denis Diderot), <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/06/42/95/PDF/these.pdf>
- [AN 6,11] V.V. Batyrev, B. Nill: *Multiples of lattice polytopes without interior lattice points*, math.CO/0602336; published in : Moscow Mathematical Journal 7 (2007), 195-207.
- [AN 6,12] B. Bertrand: *Euler characteristic of primitive T-hypersurfaces and maximal surfaces*, math.AG/0602534; to appear in J. Inst. Math. De Jussieu.
- [AN 6,13] B. Bertrand, F. Bihan: *Euler characteristic of real non-degenerate tropical complete intersections*, math.AG/0710.1222.
- [AN 6,14] M. Sebestean: *Smooth toric G-Hilbert schemes via G-graphs*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, 344 (2007) 115–119.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eρ7]

Σκοπός αυτής τής εργασίας, η οποία (όπως και η [Eρ8]) εγράφη κατά τη διάρκεια παραμονής μου στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, είναι ο ακριβής υπολογισμός των «χορδοθεωρητικών» ή «χορδικών» (string theoretic or stringy) E -συναρτήσεων για την κλάση όλων των υποκειμένων χώρων των τρισδιαστάτων A-D-E-ιδιωμάτων (βλ. Θεώρημα 1.11).

Οι χορδοθεωρητικές E -συναρτήσεις (βλ. [4], [5]) αποτελούν μια γενίκευση των χορδοθεωρητικών E -πολυωνύμων, τα οποία εισήχθησαν στην [Eρ2], ορίζονται για μιγαδικές ποικιλότητες έχουσες το πολύ \log -τερματικά ιδιώματα (log-terminal singularities), και προσδιορίζονται μέσω μιας αυθαιρέτου (απ' άκρου εις άκρον) διαλύσεως των ιδιωμάτων με ορθοθετημένες διασταυρώσεις (normal crossings). (Ο V. V. Batyrev έχει αποδείξει ότι οι χορδοθεωρητικές E -συναρτήσεις είναι ανεξάρτητες τής επιλογής αποϊδωματοποίησης τού είδους αυτού).

Τα A-D-E-ιδιώματα ανήκουν στην κατηγορία των πλέον «χρηστικών» ιδιωμάτων τής Μιγαδικής Αναλύσεως και τής Αλγεβρικής Γεωμετρίας, ήσαν ήδη γνωστά (στην μιγαδική διάσταση 2) από τον 19^ο αιώνα (F. Klein) και απέκτησαν ιδιαίτερη «αίγλη» μετά τη δημοσίευση πληθώρας εργασιών τού V. I. Arnold και τής σχολής του επί των ιδιοτήτων τους (deformations, simplicity κλπ.), κατά την δεκαετία τού 1970. Στην ορολογία τού M. Reid, αυτά τα ιδιώματα είναι κανονιστικά (και σε διαστάσεις ≥ 3 , τερματικά) ιδιώματα με δείκτη 1.

Κατά συνέπειαν, μια πρώτη «διαλογή ιδιωμάτων», που θα οδηγούσε στον υπολογισμό νέων αναλλοιώτων, όπως είναι οι $E_{str}(X; u, v)$, θα όφειλε πρωτίστως να περιλαμβάνει τα πλέον «οικεία» ιδιώματα, όπως είναι τα ιδιώματα A-D-E.

Τα A-D-E-ιδιώματα είναι «απολύτως μεμονωμένα» (absolutely isolated), πράγμα που σημαίνει ότι μπορούν να διαλυθούν μέσω πεπερασμένου πλήθους συνήθων επάρσεων (usual blow-ups) σημείων. Κατασκευαστικώς, ήτοι σε επίπεδο αναγνωρίσεως τής αναλυτικής δομής των προκυπτόντων εξαιρετέων διαιρετών (με ορθοθετημένες διασταυρώσεις), τα μέχρι στιγμής γνωστά αποτελέσματα είναι εκείνα των Du Val (1932), για την διάσταση 2, και των Giblin (1979) και Roczen (1982) για την διάσταση 3.

Στην εργασία [Eρ7] γίνεται, κατ' αρχάς, χρήση των προαναφερθέντων αυτών αποτελεσμάτων (για τη διάσταση 3), καθώς και μια περαιτέρω τοπολογική και αλγεβρογεωμετρική μελέτη των εξαιρετέων διαιρετών και των μεταξύ τους τομών. (Βλ. ενότητα 2).

Στην ενότητα 3 καθορίζονται οι συντελεστές αποκλίσεως (discrepancy coefficients) των κατασκευαζομένων αποϊδωματοποιήσεων, κατόπιν εξετάσεως τής συμπεριφοράς των ρητών κανονιστικών διαφορικών (rational canonical differentials) ως προς αυτές (βλ. Πρόταση 3.1), και παρέχεται ένας απλός τύπος για την εκάστοτε συνάρτηση $E_{str}(X; u, v)$, ο οποίος εξαρτάται

- (1) από την τοπολογία των εξαιρετέων διαιρετών και τα γραφήματά τους, και
- (2) από την τοπολογία τής ζεύξης (link) τού εκάστοτε εξεταζομένου αφητηριακού A-D-E-ιδιώματος.

Για τον τελικό προσδιορισμό τού εν λόγω τύπου χρησιμοποιείται, αφενός μεν το Λήμμα 2.3 (ii) (για το (1)) και αφετέρου ορισμένες άλλες τεχνικές (για το (2)), στις οποίες υπεισέρχονται κατάλληλες ακριβείς ακολουθίες μικτών δομών Hodge, η αναλλοίωτος τού Steenbrink, ο τύπος των Sebastiani και Thom, καθώς και ο τύπος τού Milnor για τον προσδιορισμό τού φερωνύμου του αριθμού για τα αντίστοιχα A-D-E-ιδιώματα καμπυλών. Ένα άμεσο επακόλουθο τού κυρίου αποτελέσματος (ήτοι τού Θεωρήματος 1.11) τής [Eg7] είναι το ότι ο χορδοθεωρητικός δείκτης $\text{ind}_{str}(X)$ μιας μιγαδικής ορθόθετης ποικιλότητας X με Gorenstein κανονιστικά ιδιώματα μπορεί να μην φράσσεται από μια σταθερά εξαρτώμενη από τη διάσταση τής X .

Επιπροσθέτως, στην τελευταία ενότητα τής [Eg7], δίνονται παραδείγματα υπολογισμού τού χορδοθεωρητικού αριθμού Euler $e_{str}(X)$ για αρκετές ολιστικές γεωμετρικές κατασκευές, όπως αυτές των πεμπτοβαθμίων υπερεπιφανειών των Schoen και Hirzebruch, τής τριτοβαθμίου υπερεπιφάνειας τού Segre, τής τεταρτοβαθμίου υπερεπιφάνειας τού Burkhart, τής πεμπτοβαθμίου υπερεπιφάνειας τού van Straten, και τού ινικού γινομένου ελλειπτικών επιφανειών υπεράνω τού P^1 με κατάλληλες εξαιρετέες ίνες.

- Διαλέξεις επί τής [Eg7]: [Σ31] και [Σ33].

Αναφορές στην εργασία [Eg7]

[AN 7,1] M. Roczen: *Examples of string-theoretic Euler numbers*, Universitatii "Ovidius" Constanta. Analele Stiintifice. Seria Matematica, Vol. 9 (2001), no. 1, 95-99.

[AN 7,2] F. Roose: *Strings and D-Branes on Orbifolds: From Boundary States to Geometry*, PhD Thesis, Katholieke Univ. Leuven, 2001. <http://itf.fys.kuleuven.ac.be/hep/phd/fredr.ps.gz>

[AN 7,3] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 7,4] W. Veys: *Stringy zeta functions for Q-Gorenstein varieties*, Duke Math. J. 120 (2003), no. 3, 469-514.

[AN 7,5] W. Veys: *Arc spaces, motivic integration and stringy invariants*, preprint, math.AG/0401374; published in: Proceedings of "Singularity Theory and its Applications, Sapporo (Japan), 16-25 September 2003", (2006), pp. 529-572.

[AN 7,6] J. Shepers: *Stringy E-functions with A-D-E singularities*, Manuscripta Math. 119 (2006), 129-157.

[AN 7,7] J. Shepers: *Stringy invariants of singular algebraic varieties*, PhD Thesis, University of Leuven, Belgium, May 2006, 98 pages. (<http://www.math.leidenuniv.nl/~jschepers/koepeljan.pdf>)

[AN 7,8] J. Shepers, W. Veys: *Stringy Hodge numbers for a class of isolated singularities and for threefolds*, Int. Math. Res. Not., Vol. 2007, article ID rnm016, 14 pages.

[AN 7,9] S. Rams: *Defect and Hodge numbers of hypersurfaces*, Advances in Geometry 8 (2008), no 2, pp. 257-288.

Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eρ8]

Κύρια αποτελέσματα: Πλήρης υπολογισμός (μέσω εκπεφρασμένων τύπων) τής «χορδοθεωρητικής» E -συναρτήσεως $E_{str}(X; u, v)$ για την κλάση όλων των υποκειμένων χώρων των ιδιωμάτων

$$x_1^{n+1} + x_2^1 + \mathbf{L} + x_r^1 + x_{r+1}^1 = 0, \quad r \geq 1 \geq 2, \quad n+1 \geq 1,$$

αυθαιρέτου διαστάσεως r (όπου $n+1 \equiv 0 \pmod{\mathbf{1}}$ ή $n \equiv 0 \pmod{\mathbf{1}}$). Παροχή αντιπαράδειγμάτων για μια εικασία του V.V. Batyrev περί τής υπάρξεως φράγματος τού χορδοθεωρητικού δείκτη, εξαρτωμένου μόνον από τη διάσταση.

Εφαρμογή των κλειστών τύπων τού χορδοθεωρητικού αριθμού Euler σε πολλές ολιστικές κατασκευές (Werner's quintics and complete intersection CYs, Goryunov's quartics, Segre-Knörrer complete intersection of two quadrics, ramified coverings etc.). Σημειωτέον ότι το πρώτο μέρος τής ακολουθούμενης αποδεικτικής μεθόδου για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων τής [Eρ8] διαφέρει αισθητά από εκείνο τής [Eρ7], καθότι εφαρμόζεται για όλα τα μεμονωμένα σχεδόν ομογενή ιδιώματα υπερεπιφανειών (πρβλ. Prop. 1.7).

- Διάλεξη επί τής [Eρ8]: [Σ33].

Αναφορές στην εργασία [Eρ8]

[AN 8,1] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 8,2] W. Veys: *Stringy zeta functions for \mathbb{Q} -Gorenstein varieties*, Duke Math. J. 120 (2003), no. 3, 469-514.

[AN 8,3] W. Veys: *Arc spaces, motivic integration and stringy invariants*, Proceedings of "Singularity Theory and its Applications, Sapporo (Japan), 16-25 September 2003", (2006), pp. 529-572.

[AN 8,4] J. Shepers: *Stringy E-functions with A-D-E singularities*, Manuscripta Math. 119 (2006), 129-157.

[AN 8,5] J. Shepers: *Stringy invariants of singular algebraic varieties*, PhD Thesis, University of Leuven, Belgium, 2006. (<http://www.math.leidenuniv.nl/~jschepers/koepeljan.pdf>)

[AN 8,6] J. Shepers, W. Veys: *Stringy Hodge numbers for a class of isolated singularities and for threefolds*, Int. Math. Res. Not., Vol. 2007, article ID rnm016, 14 pages.

[AN 8,7] J. Shepers, W. Veys: *Stringy E-numbers of hypersurface and of Brieskorn singularities*, math.AG/0706.0798; to appear in Advances in Geometry.

[AN 8,8] J. Shepers: *On the Hard Lefschetz property of stringy Hodge numbers*, math.AG/0803.1237; to appear in Journal of Algebra.



Περί τής εργασίας [E9]

Πρόκειται για σημειώσεις από τις διαλέξεις μου στο Πανεπιστήμιο τής Konstanz (στη Γερμανία) τον Φεβρουάριο τού 1999 και στο Ινστιτούτο Fourier τής Grenoble (στη Γαλλία) τον Ιούνιο τού 2000, οι οποίες αφορούν στις ιδιότητες βασικών (ή «μονομοδιακών») τριγωνοποιήσεων κιγκλιδωματικών πολυτόπων. Εάν κρίνω από τις [AN 9,1-3], κάποιοι συνδυαστικοί τύποι που περιγράφουν τον αριθμό των μονοπλόκων τέτοιων τριγωνοποιήσεων βρήκαν προσφάτως εφαρμογές σε αλγεβροτοπολογικούς υπολογισμούς τής «τροπικής γεωμετρίας» υπερεπιφανειών. (Πρβλ. το [AN 9,2], Prop. 1.7 + Appendix και το [AN 9,3] Prop. 10.2.).

- Διαλέξεις επί τής [E9]: [Σ25], [Σ31].

Αναφορές στην εργασία [E9]

[AN 9,1] B. Bertrand: *Hypersurfaces et intersection complètes maximales dans les variétés toriques*, PhD Thesis, University of Renne, France, 2002.

[AN 9,2] B. Bertrand: *Euler characteristic of primitive T-hypersurfaces and maximal surfaces*, math.AG/0602534; to appear in J. Inst. Math. De Jussieu.

[AN 9,3] B. Bertrand, F. Bihan: *Euler characteristic of real non-degenerate tropical complete intersections*, math.AG/0710.1222.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [E_Q10]

Ως αφητηρία τής εν λόγω εργασίας μπορεί να θεωρηθεί η αλγεβρική και αλγεβρογεωμετρική ταξινόμηση των μιγαδικών ιδιωμάτων, με απόδοση ιδιαίτερης εμφάσεως στην ταξινόμηση ιδιωμάτων χαμηλών διαστάσεων. Ακολουθεί η περιγραφή τού τρόπου τοποθέτησεως των τορικών ιδιωμάτων εντός τής κλάσεως των αναλυτικών χώρων με ρητά (το πολύ) ιδιώματα. Τέλος, στην ενότητα 4, γίνεται ειδική μνεία ποικίλων μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τη διάλυση χαμηλοδιάστατων τορικών ιδιωμάτων.

- Διαλέξεις επί τής [E_Q10]: [Σ31], [Σ35], [Σ42] και [Σ44].

Αναφορές στην εργασία [E_Q10]

[AN 10,1] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 10,2] Kasprzyk A.M. : *Toric Fano 3-folds with terminal singularities*, preprint, math.AG/0311284; published in Tohoku Math. J., Vol. 58, No 1, 2006, 101-121.

[AN 10,3] V. Kaibel, G.-M. Ziegler : *Counting lattice triangulations* In: “Surveys in combinatorics”, 2003 (Bangor), 277-307, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 307, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2003.

[AN 10,4] B. Nill : *Gorenstein Toric Fano Varieties*, PhD Thesis, Universität Tübingen, 2005, <http://w210.ub.uni-tuebingen.de/dbt/volltexte/2005/1888/pdf/nill.pdf>

[AN 10,5] A.M. Kasprzyk : *Toric Fano Varieties and Convex Polytopes*, PhD Thesis, University of Bath, United Kindom, March 2006, 161 pages.
(<http://www.kent.ac.uk/IMS/personal/amk30/research/pdf/Thesis.pdf>)



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eq11]

Οι υποκείμενοι χώροι των (συσχετικών) $(d+1)$ -διάστατων τορικών ιδιωμάτων Gorenstein

$$U_s = \text{Spec}(\mathbf{C}[S^\vee \cap M])$$

κατασκευάζονται με τη βοήθεια κώνων $S \subseteq N_{\mathbf{R}}$, οι οποίοι διαθέτουν ως ελαχιστοτικούς γεννήτορες διανύσματα με τις απολήξεις τους κείμενες επί ενός συσχετικού υπερεπιπέδου $\langle m_s, x \rangle = 1$ για κάποιο $m_s \in M$. Ως εκ τούτου, αυτοί οι κώνοι S στηρίζουν d -διάστατα κυκλιδοματικά πολύτοπα

$$P_s = \{x \in S \mid \langle m_s, x \rangle = 1\}.$$

Το κύριο θεώρημα τής [Eq11] μας πληροφορεί ότι, υποτιθεμένης τής υπάρξεως μιας βασικής τριγωνοποίησης τού P_s (που ισοδυναμεί με την ύπαρξη μιας μη αποκλίνοσας αποϊδιωματοποίησης τού U_s), ο ορθοθετημένος όγκος τού P_s οφείλει να πληροί την ανισότητα:

$$\text{Vol}_{\text{norm}}(P_s) \leq f_d(\text{CycP}_{d+1}(|P_s \cap M|)) - |\partial P_s \cap M| + d,$$

όπου στο δεξιό της μέλος εμφανίζεται η ανωτάτη συντεταγμένη τού f -διανύσματος ενός κυκλικού πολύτοπου. (Εδώ ως $\text{CycP}_d(k)$ συμβολίζουμε το d -διάστατο κυκλικό πολύτοπο με k κορυφές). Η απόδειξη κάνει χρήση μιας παραλλαγής τού Θεωρήματος Άνω Φράγματος που ισχύει για μονοπλεκτικές μπάλες.

Το εν λόγω θεώρημα μας βοηθά στην κατανόηση τού τρόπου ιεραρχίσεως των τορικών ιδιωμάτων Gorenstein.

- Διάλεξη επί τής [Eq11]: [Σ31].

Αναφορές στην εργασία [Eq11]

[AN 11,1] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Soc. Mathématique de France, Vol. 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 11,2] Y.-H. He: *On Algebraic Singularities, Finite Graphs and D-Brane Gauge Theories: A String Theoretic Perspective*, hep-th/0209230.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eq12]

Τα (συσχετικά) τορικά ιδιώματα $\text{Spec}(\mathbf{C}[S^\vee \cap M])$ τα οποία περιγράφονται μέσω (τοπικών) πλήρων διατομών (διωνυμικών) πολυωνύμων χαίρουν ορισμένων πολύ σημαντικών ιδιοτήτων, τόσο από αλγεβρική όσο και από γεωμετρική σκοπιά. Για παράδειγμα,

- (α) οι άλγεβρες $\mathbf{C}[S \cap N]$ (όπου $N = \text{Hom}(M, \mathbf{Z})$) είναι άλγεβρες Koszul,
- (β) όλες οι συνολοθεωρητικές τορικές πλήρεις διατομές (διωνύμων) είναι και ιδεωδοθεωρητικές διατομές,
- (γ) όλα τα ως άνω ιδιώματα επιδέχονται (βάσει τής [Eq6]) τοροϊσομεταβλητές, προβολικές, μη αποκλίνουσες διαλύσεις, και
- (δ) τα i -οστά jet-διασχήματα των υποκειμένων χώρων αυτών των ιδιωμάτων είναι ανάγωγα για κάθε $i \geq 1$.

Στην [Eq12] επιτυγχάνεται η ακριβής περιγραφή τής μορφής των (διωνυμικών) πολυωνύμων (βλ. κύριο θεώρημα 3.1) που καθορίζουν τα L.C.I.-τορικά ιδιώματα σε όλες τις διαστάσεις συναρτήσεως των ελευθέρων παραμέτρων των αντιστοίχων πολυτόπων τού Nakajima. Στις τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την απόδειξη υπεισέρχονται, εκτός από την γεωμετρική μελέτη των εν λόγω κινκλιδωματικών πολυτόπων, η θεωρία των βάσεων Hilbert (ήτοι των ελαχιστοτικών συστημάτων γεννητόρων των μετεχουσών προσθετικών ημιομάδων) και η θεωρία των λεγομένων κυριαρχούντων πινάκων (dominating matrices) των Fischer και Shapiro.

- Διαλέξεις επί τής [Eq12]: [Σ41] και [Σ43].

Αναφορά στην εργασία [Eq12]

[AN 12,1] M. Morales, A. Thoma: *Complete intersection lattice ideals*, Journal of Algebra 284 (2005), no. 2, 755-770.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [E_Q13]

Η εν λόγω εργασία στοχεύει στη μελέτη τής μεθόδου διακρίσεως συμπαγών (όχι κατ' ανάγκην λείων) τορικών επιφανειών *μέχρις ισομορφισμού* και στην εξαγωγή τύπων που περιγράφουν τόσο τις κλασικές όσο και τις χορδοθεωρητικές *αναλλοιώτους* αυτών.

Η μέχρις ισομορφισμού ταξινόμηση των συμπαγών τορικών επιφανειών επιτυγχάνεται μέσω των λεγομένων «συνδυαστικών δεδομένων» τους (τα οποία ενσωματώνουν όλες τις πληροφορίες που αφορούν στη δόμηση των επιφανειών και στα ιδιώματά τους, βλ. Ορσ. 4.2 και Θεωρήματα 5.8 και 5.10). Οι κλασικές αναλλοιώτοί τους (αυτοδιατομή κανονιστικού διαιρέτη, αριθμός Euler κ.ά.) υπολογίζονται από το ορίζον ριπίδιο (βλ. Προτάσεις 4.4, 4.8 και τους γενικευμένους κατά Noether τύπους τής Προτάσεως 4.9 και τού Πορίσματος 4.10). Επίσης, είναι δυνατή η απόδειξη ενός *νέου* θεωρήματος «τύπου Riemann-Roch» για *τυχόντες διαιρέτες Weil* επ' αυτών. (Βλ. Θεώρημα 7.2)

Επιπροσθέτως, βάσει γνωστών αποτελεσμάτων τού Sakai, διαπιστώνεται ότι τα *αντικανονιστικά μοντέλα* των λείων συμπαγών τορικών επιφανειών είναι τορικές *log Del Pezzo επιφάνειες*. Στα 6.10 και 6.12. παρέχεται η πλήρης ταξινόμηση αυτών όταν ο δείκτης τους είναι 1 και όταν ο δείκτης τους είναι 2 και ο αριθμός Picard 1, αντιστοίχως. (Η ταξινόμηση όσων έχουν δείκτη 3 και αριθμό Picard 1 έγινε στην εργασία [E_Q16]. Μια *αλγοριθμική λύση* τού προβλήματος τής ταξινομήσεως των log Del Pezzo επιφανειών *αυθαιρέτου* δείκτη και *αυθαιρέτου* αριθμού Picard προτάθηκε τον Οκτώβριο τού 2008 στην εργασία [AN 13,1]).

Ο υπολογισμός των χορδοθεωρητικών αναλλοιώτων συμπαγών τορικών επιφανειών (συναρτήσεως των συνδυαστικών δεδομένων τους) διενεργείται στην τελευταία ενότητα, στην οποία αναπτύσσεται μια μέθοδος διεξοδικής περιγραφής των «διορθωτικών όρων» των αντιστοίχων *E*-συναρτήσεων μέσω τής μελέτης των πηλικοϊδιωμάτων τους.

- Διαλέξεις επί τής [E_Q13]: [Σ48], [Σ49], [Σ50].

Αναφορές στην εργασία [E_Q13]

[AN 13,1] A.M. Kasprzyk, M. Kreuzer, B. Nill: *On the combinatorial classification of toric log del Pezzo surfaces*, math.AG/0810.2207.

[AN 13,2] H. Süß: *Canonical divisors on T-varieties*, math.AG/0811.0626.



Παρουσίαση των αποτελεσμάτων τής εργασίας [Eq14]

Ορισμένα από τα αποτελέσματα αυτής τής εργασίας (κυρίως των ενοτήτων 3, 5 και 6) ήταν καταχωρημένα σε κάποια παλαιά preliminary version, η οποία είχε ανεπισημως κυκλοφορήσει σε ένα μικρό αριθμό ενδιαφερομένων μαθηματικών (εξ ου και οι αναφορές [AN 14,1-2]). Η νέα version είναι πλήρως ανανεωμένη, μπορεί να θεωρηθεί ως «φυσική» συνέχεια των εργασιών μας [Eq3], [Eq4], [Eq5], και περιέχει (μεταξύ άλλων) και τα ακόλουθα αποτελέσματα:

(1) Δύο *αναγκαία κριτήρια* για την ύπαρξη μη αποκλινουσών διαλύσεων Gorenstein αβελιανών πηλικοϊδιωμάτων [βλ. ενότητες 6 και 9, αντιστοιχως].

(2) Απόδειξη τής εικασίας 10.2 τής [Eq4], σύμφωνα με την οποία *όλα τα μέλη* τής «γεωμετρικής σειράς» ιδιωμάτων GPSS(r;k) διαθέτουν μη αποκλινουσες, προβολικές διαλύσεις [βλ. ενότητα 8.]

(3) Έναν *βοηθητικό αλγόριθμο* για την αντιμετώπιση τού προβλήματος τής υπάρξεως μη αποκλινουσών διαλύσεων *τυχόντων* Gorenstein αβελιανών πηλικοϊδιωμάτων [βλ. ενότητα 10].

- Διαλέξεις επί (τής παλαιάς version) τής [Eq14]: [Σ8], [Σ11], [Σ12], [Σ14], [Σ15], [Σ17], [Σ19] και [Σ20].

Αναφορές στην εργασία [Eq14]

[AN 14,1] M.Henk, R. Weismantel: *The height of minimal Hilbert bases*, Results in Mathematics 32, (1997), 298-303.

[AN 14,2] R. Firla: *Algorithmen für Hilbert-Cover und Hilbert-Partitions-Probleme*, TU-Berlin, Diplomarbeit, (1997).

[AN 14,3] D.A. Cox: *Update on Toric Geometry*, published in the series: Séminaires et Congrès, Société Mathématique de France, Volume 6, (2002), pp. 1-41.

[AN 14,4] D. Maclagan: *Moduli of representation of McKay quiver*, Oberwolfach Reports No 1/2006, European Math. Soc. Publishing House.

[AN 14,5] M. Andreatta, J.A. Wisniewski : *On Kummer construction*, preprint, math.AG/0804.4611.



Περί τής εργασίας [Ερ15]

Έστω X μια τορική \log del Pezzo επιφάνεια δείκτη $\mathbf{l} \geq 2$ και έστω $\tilde{X}^0 \longrightarrow X$ η ελαχιστοτική διάλυση των ιδιωμάτων της. Το κύριο αποτέλεσμα τής εργασίας είναι ότι ο αριθμός Picard $r(\tilde{X}^0)$ τής \tilde{X}^0 φράσσεται εκ των άνω από το εξής δευτεροβάθμιο πολυώνυμο:

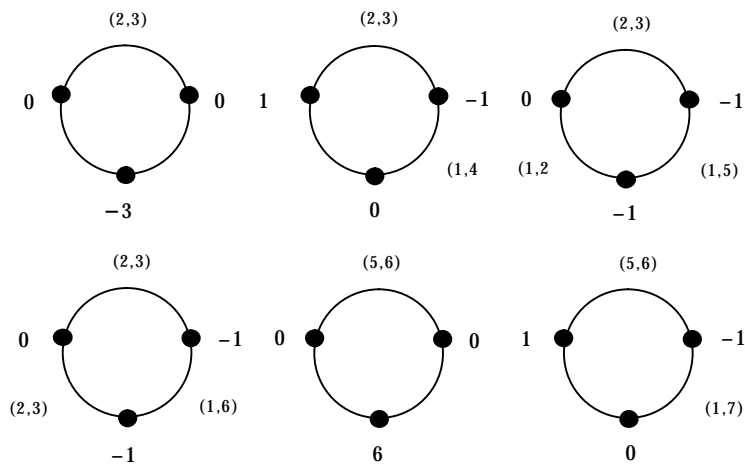
$$r(\tilde{X}^0) \leq 8\mathbf{l}^2 - 6\mathbf{l} + 3.$$

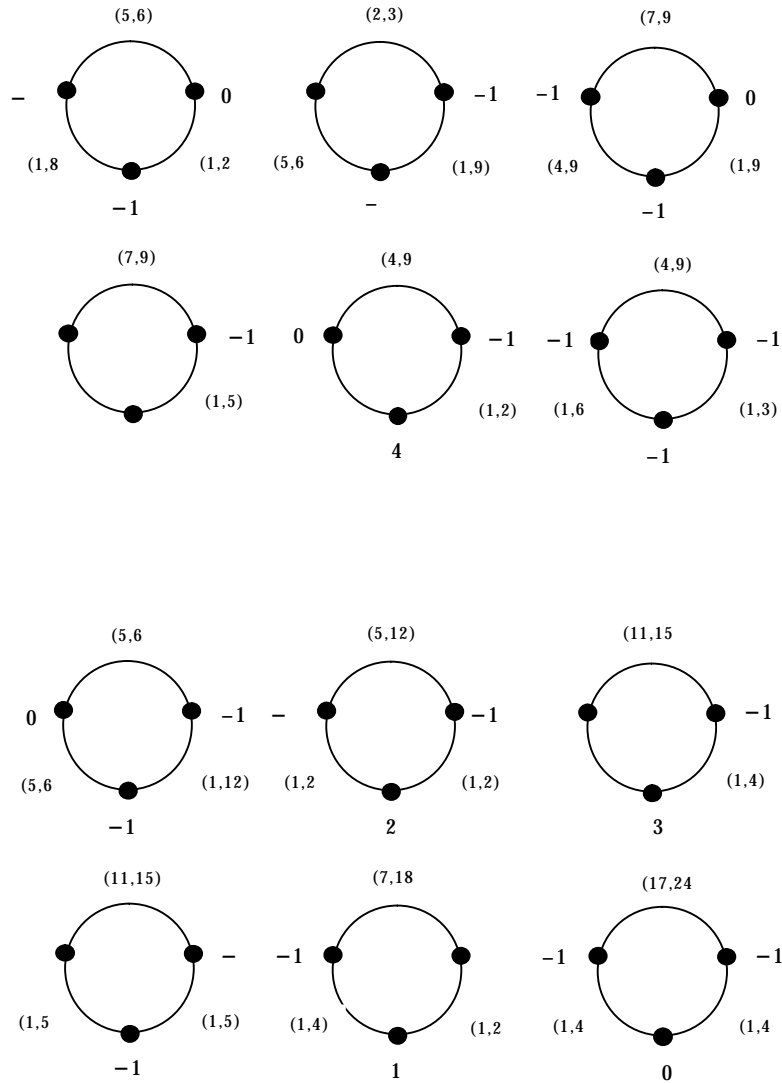
Αναφορά στην εργασία [Ερ15]

[AN 15,1] A.M. Kasprzyk, M. Kreuzer, B. Nill: *On the combinatorial classification of toric log del Pezzo surfaces*, math.AG/0810.2207.

Περί τής εργασίας [Ερ16]

Σε αυτήν την εργασία αποδεικνύεται ότι υπάρχουν (μέχρις ισομορφισμού) ακριβώς 18 τορικές \log del Pezzo επιφάνειες με αριθμό Picard 1 και δείκτη 3, έχουσες τα ακόλουθα WVE²C-γραφήματα:





Αναφορές στην εργασία [Ερ16]

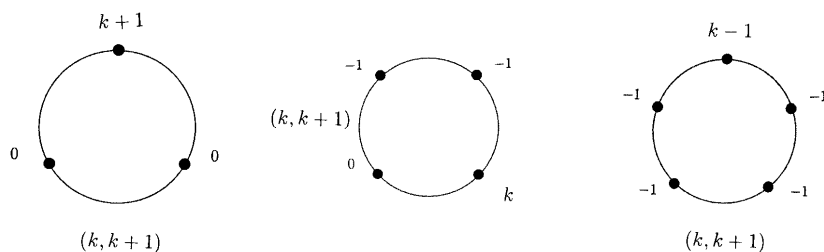
[AN 16,1] A.M. Kasprzyk, M. Kreuzer, B. Nill: *On the combinatorial classification of toric log del Pezzo surfaces*, math.AG/0810.2207.

[AN 16,2] H. Süß: *Canonical divisors on T-varieties*, math.AG/0811.0626.



Περί τής εργασίας [Eρ17]

Σε αυτήν την εργασία πρόκειται να ταξινομηθούν (μέχρι ισομορφισμού) όλες οι τορικές toric log del Pezzo επιφάνειες που διαθέτουν ακριβώς ένα ιδίωμα. Θαδειχθεί ότι αυτές έχουν αριθμό Picard 1, 2 ή 3 και WVE²C-γραφήματα τής μορφής:



για κάποιον ακέραιο $k \geq 1$.

Συνολικός αριθμός αναφορών

Ο μέχρι στιγμής συνολικός αριθμός των (ετερο)αναφορών, τις οποίες μπόρεσα να εντοπίσω για το ερευνητικό μου έργο, ανέρχεται σε

$$14 + 99 + 11 + 3 + 5 + 14 + 9 + 8 + 3 + 5 + 2 + 1 + 2 + 5 + 1 + 2 + 0 = 184,$$

ενώ ο αριθμός των συγγραφέων, που κάνουν τις αναφορές, ανέρχεται σε 120.

Διευκρινίσεις: (α) Εξ αυτών των 120 μόνον 6 υπήρξαν συσσυγγραφείς μου.

(β) Τη στιγμή που συντάσσεται το παρόν κείμενο, η κοινή εργασία [Eρ2] με τον κύριο V.V. Batyrev είναι η -κατά σειράν- τρίτη “most cited” εργασία τού εν λόγω συγγραφέως (από τις εν συνόλω 42 δημοσιευθείσες εργασίες του) στον κατάλογο των citations που παρατίθεται στο Math.Sc.Net.

[Βλ. <http://www.ams.org/mathscinet/mrcit/individual.html?mrauthid=219978>].

(γ) Πέραν των κοινών εργασιών [Eρ3], [Eρ4], [Eρ5], [Eρ6] και [Eρ14] δεν υφίσταται μέχρι τούδε ουδεμία άλλη αμιγώς ερευνητική εργασία των κυρίων G.M. Ziegler και M. Henk (από το ογκώδες ερευνητικό έργο ενός εκάστου εξ αυτών) η οποία να αφορά στο project περί τής διερευνησίσεως υπάρξεως crepant resolutions of Gorenstein (quotient or toric) singularities σε διαστάσεις ≥ 4 .



Προσωπικές διευθύνσεις

Ευχαρίστως θα έδινα οποιαδήποτε επιπρόσθετη διευκρινιστική ή συμπληρωματική πληροφορία επί του παρόντος βιογραφικού σημειώματος. Οι συντεταγμένες μου είναι οι εξής:

Διεύθυνση εργασίας :

Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστημίου Κρήτης
Λεωφόρος Κνωσού
71409 Ηράκλειο Κρήτης
Τηλ. 2810/393803
E-Mail: ddais@math.uoc.gr

Διεύθυνση οικίας :

Γούρνες Τεμένους
Τ.Θ. 172
71500 Ηράκλειο Κρήτης
Τηλ. 2810/543064
Κιν. τηλ. 6944/542057

URL: <http://web-server.math.uoc.gr:1080/proswpiko/dep/pages/dais>

