

Σειριακός αριθμός: 100,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **101**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **102**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **103**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 0. C: 4. D: 2.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **104**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **105**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **106**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **107**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **108**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **109**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **110**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **111**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **112**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **113**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 114,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **115**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 4. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **116**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **117**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 118,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **119**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **120**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **121**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **122**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3 D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **123**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 124,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

Ερώτηση 2: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **125**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **126**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **127**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3 D: 0.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **128**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **129**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **130**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **131**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **132**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς.} \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **133**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **134**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3 D: 0.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **135**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **136**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **137**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: -4.$   $B: -16.$   $C: 8.$   $D: 4.$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
 $A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\text{O}.$   $B: \Lambda\Lambda\Theta\text{O}\Sigma.$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\text{O}\Sigma.$   $B: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\text{O}.$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
 $A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\text{O}.$   $B: \Lambda\Lambda\Theta\text{O}\Sigma.$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\text{O}.$   $B: \Lambda\Lambda\Theta\text{O}\Sigma.$

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\text{O}\Sigma.$   $B: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\text{O}.$

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 4.$   $B: 3$   $C: 0.$   $D: 2.$

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\text{O}.$   $B: \Lambda\Lambda\Theta\text{O}\Sigma.$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **138**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **139**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 140,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 0. D: 4.

Ερώτηση 2: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

Ερώτηση 4: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: 8. D: -4.

Ερώτηση 6: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 141,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **142**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 4. C: 2. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **143**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι 0

$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .  $B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .  $C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .  $D: \text{κανένας από αυτούς.}$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 2$ .  $B: 4$ .  $C: 3$ .  $D: 0$ .

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .  $B: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .  $B: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .  $B: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .  $B: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .  $B: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .  $B: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

$A: 4$ .  $B: 8$ .  $C: -4$ .  $D: -16$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 144,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 145,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 146,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 147,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 4. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 148,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 149,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **150**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **151**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **152**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **153**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3 D: 2.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **154**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **155**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **156**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **157**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

Ερώτηση 4: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **158**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **159**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **160**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **161**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **162**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **163**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad C: \text{κανένας από αυτούς.} \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 3: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

Ερώτηση 9: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **164**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **165**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **166**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **167**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **168**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **169**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .  $B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .  $C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .  $D: \text{κανένας από αυτούς.}$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 3$   $B: 0$ .  $C: 2$ .  $D: 4$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

$A: -4$ .  $B: 4$ .  $C: -16$ .  $D: 8$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **170**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **171**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **172**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **173**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 174,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **175**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3

Ερώτηση 2: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **176**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
 $A: \Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

$A: \Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .  
 $A: \Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.  
 $A: \Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
 $A: \Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. C: \text{κανένας από αυτούς}. D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **177**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι 0

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **178**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **179**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  $A$ : 4.  $B$ : -16.  $C$ : 8.  $D$ : -4.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A$ : 4.  $B$ : 0.  $C$ : 2.  $D$ : 3.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

$A$ : ΣΩΣΤΟ.  $B$ : ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **180**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **181**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **182**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **183**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\Theta. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\Theta. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\Theta. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$A: \text{κανένας από αυτούς. } B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\Theta.$

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.$

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\Theta. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Sigma\Omega\Sigma\Gamma\Theta. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 184,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 2. D: 3

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 185,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **186**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **187**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίξετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 188,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
Α: ΣΩΣΤΟ. Β: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

Α: ΣΩΣΤΟ. Β: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

Α: 3. Β: 4. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

Α: ΣΩΣΤΟ. Β: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

Α: ΛΑΘΟΣ. Β: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

Α: ΣΩΣΤΟ. Β: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

Α: ΛΑΘΟΣ. Β: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

Α: 4. Β: 8. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

Α:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . Β: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 189,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **190**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **191**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **192**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **193**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **194**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **195**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **196**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **197**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **198**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **199**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

Ερώτηση 3: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

Ερώτηση 7: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **200**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **201**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **202**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3 C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **203**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \text{ κανένας από αυτούς. } \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **204**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **205**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **206**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **207**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **208**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **209**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **210**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3 D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **211**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **212**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **213**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **214**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
 $A$ : -4.  $B$ : 4.  $C$ : -16.  $D$ : 8.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A$ : 0.  $B$ : 3.  $C$ : 4.  $D$ : 2.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A$ : ΣΩΣΤΟ.  $B$ : ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A$ : ΣΩΣΤΟ.  $B$ : ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

$A$ : ΣΩΣΤΟ.  $B$ : ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A$ : ΣΩΣΤΟ.  $B$ : ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A$ : ΛΑΘΟΣ.  $B$ : ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **215**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **216**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **217**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **218**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **219**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **220**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \text{κανένας από αυτούς.}$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **221**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **222**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **223**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **224**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3 D: 2.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **225**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **226**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3 D: 0.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **227**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **228**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3 D: 2.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

Ερώτηση 6: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **229**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **230**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **231**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **232**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **233**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad C: \text{ κανένας από αυτούς. } \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **234**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίξετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **235**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \text{κανένας από αυτούς.}$$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **236**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **237**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 3: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **238**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **239**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **240**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **241**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **242**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **243**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 244,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 245,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **246**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

Ερώτηση 2: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

Ερώτηση 3: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 4: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 247,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 248,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.$

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. C: \text{κανένας από αυτούς. } D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.$

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **249**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **250**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\text{TO}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\text{TO}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\text{TO}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\text{TO}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\text{TO}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. C: \text{κανένας από αυτούς}. D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Sigma\Sigma\text{TO}.$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **251**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

Ερώτηση 2: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

Ερώτηση 7: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **252**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **253**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς.} \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **254**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **255**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **256**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  $A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **257**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **258**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **259**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **260**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς.} \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **261**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1,0) = (1,1,1)$  και  $f(1,1) = (0,0,0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0,1,0,2)$ ,  $(1,1,-1,0)$ ,  $(2,3,-2,2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **262**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
 $A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.$

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \Sigma\Omega\Sigma\text{ΤΟ}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Omega\Sigma\text{ΤΟ}.$

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

$A: \Sigma\Omega\Sigma\text{ΤΟ}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A: \Sigma\Omega\Sigma\text{ΤΟ}. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Omega\Sigma\text{ΤΟ}.$

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Omega\Sigma\text{ΤΟ}.$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **263**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **264**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **265**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **266**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **267**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **268**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **269**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **270**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **271**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad C: \text{κανένας από αυτούς.} \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **272**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **273**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **274**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **275**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **276**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **277**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **278**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **279**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3 D: 2.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **280**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **281**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **282**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **283**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 284,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 0. D: 4.

Ερώτηση 2: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 3: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 6: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **285**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **286**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **287**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 288,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3 D: 4.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **289**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **290**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **291**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **292**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **293**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **294**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **295**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **296**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 5: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

Ερώτηση 7: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **297**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 4. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **298**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **299**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **300**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **301**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς.} \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **302**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **303**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 304,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3 C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 305,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **306**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **307**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

Ερώτηση 2: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 3: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

Ερώτηση 5: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **308**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **309**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3 D: 4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **310**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **311**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **312**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **313**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **314**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **315**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **316**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **317**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **318**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **319**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **320**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad C: \text{κανένας από αυτούς.} \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **321**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 4. D: 0.

Ερώτηση 2: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

Ερώτηση 7: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **322**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **323**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **324**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **325**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3 D: 2.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανέναν από αυτούς.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **326**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **327**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **328**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **329**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **330**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **331**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **332**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3 C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **333**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **334**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **335**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 2. D: 3

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **336**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς.} \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3 D: 0.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **337**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3 C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **338**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **339**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

Ερώτηση 2: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

Ερώτηση 9: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **340**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **341**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
 $A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.  
 $A: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .  
 $A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
 $A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma. B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 3 B: 4. C: 0. D: 2.$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma. B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **342**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **343**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **344**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 345,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και χωρίς χρήση υπολογιστή.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **346**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **347**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: 348,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 349,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **350**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **351**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **352**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad C: \text{κανένας από αυτούς.} \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **353**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .  $B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .  $C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .  $D: \text{κανένας από αυτούς.}$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ. } B: \text{ΣΩΣΤΟ.}$

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \text{ΣΩΣΤΟ. } B: \text{ΛΑΘΟΣ.}$

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

$A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **354**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

Ερώτηση 2: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

Ερώτηση 5: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **355**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .  $B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .  $C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .  $D: \text{κανένας από αυτούς.}$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: 8$ .  $B: 4$ .  $C: -4$ .  $D: -16$ .

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .  $B: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .  $B: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

$A: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .  $B: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .  $B: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 4$ .  $B: 0$ .  $C: 2$ .  $D: 3$ .

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .  $B: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

$A: \text{ΛΑΘΟΣ}$ .  $B: \text{ΣΩΣΤΟ}$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **356**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

Ερώτηση 2: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι 0

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

Ερώτηση 5: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

Ερώτηση 9: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **357**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **358**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **359**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **360**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **361**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 8. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **362**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι 0

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **363**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **364**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3 C: 2. D: 4.

Ερώτηση 2: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. C: \text{ κανένας από αυτούς. } D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 3: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -4. C: 8. D: -16.

Ερώτηση 7: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 9: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **365**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **366**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **367**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 4:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **368**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3 C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 8. C: -16. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **369**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -16. D: -4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **370**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

Ερώτηση 2: Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 3: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 4: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 5: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

Ερώτηση 6: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 7: Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 9: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **371**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: -4. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **372**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **373**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: -4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **374**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 4. D: 3

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **375**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **376**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \text{κανένας από αυτούς}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3. D: 0.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **377**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **378**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 3. D: 4.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **379**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: 4. C: 8. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **380**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: -4. C: 4. D: 8.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **381**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: 4. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 8:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **382**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: -16. B: 4. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2), (1, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0), f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 2. C: 3. D: 4.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **383**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 0. C: 4. D: 3.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -4. C: 4. D: -16.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίξετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **384**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 2. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B: κανένας από αυτούς. C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: 385,

Απαντήσεις ΕΔΩ: 1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . D: κανένας από αυτούς.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **386**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 3. C: 4. D: 2.

**Ερώτηση 6:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **387**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 4. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **388**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 3. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **389**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.  
A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι  
A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 2. D: 0.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

---

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **390**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 4:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 3. C: 0. D: 2.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **391**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -4. C: -16. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 4. D: 0.

**Ερώτηση 9:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **392**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ  
Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη  
Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι  
 $A: -4.$   $B: -16.$   $C: 4.$   $D: 8.$

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .  
 $A: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$   $B: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .  
 $A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$   $B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$   $B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$   $B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 7:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$   $B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 8:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

$A: \Lambda\Lambda\Theta\Theta\Sigma.$   $B: \Sigma\Sigma\Sigma\Sigma.$

**Ερώτηση 9:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

$A: 0.$   $B: 3$   $C: 2.$   $D: 4.$

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή.**

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **393**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει άπειρες λύσεις για κάθε  $b$ .  
A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 4. C: 0. D: 3.

**Ερώτηση 3:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -4. B: 4. C: -16. D: 8.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 8:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **394**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 4. B: -16. C: -4. D: 8.

**Ερώτηση 3:** Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 7:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3. B: 0. C: 2. D: 4.

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν “παίζετε” τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **395**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^5$  στον  $R^4$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 3 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -16. B: 4. C: 8. D: -4.

**Ερώτηση 5:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 0. C: 2. D: 3.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .



Σειριακός αριθμός: **396**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  παράγουν τον χώρο  $S$  τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 3I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του  $A$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: 4. B: 8. C: -4. D: -16.

**Ερώτηση 5:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 3 B: 2. C: 0. D: 4.

**Ερώτηση 6:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A: κανένας από αυτούς. B:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ . C:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . D:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **397**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

Ερώτηση 1: Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 2. B: 3. C: 0. D: 4.

Ερώτηση 2: Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 1, -1, 0)$ ,  $(2, 2, 4, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 3: Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 4: Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ερώτηση 5: Αν 5 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 6: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

Ερώτηση 7: Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

Ερώτηση 8: Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^{-1}$  είναι

A: -4. B: -16. C: 8. D: 4.

Ερώτηση 9: Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **398**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Το 0 είναι ιδιοτιμή του  $A$  αν το ομογενές σύστημα  $AX = 0$  έχει λύση.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 3:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε παράγουν όλο τον  $R^4$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: -16. B: 8. C: -4. D: 4.

**Ερώτηση 5:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 4$  πίνακας τάξης 2. Το σύστημα  $Ax = b$  δεν έχει λύση για άπειρα  $b$ .

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 6:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 0. B: 4. C: 3. D: 2.

**Ερώτηση 7:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^3$  στον  $R^2$ . Αν  $f(1, 0, 0) = (1, 0)$ ,  $f(0, 1, 0) = (1, 2)$  και  $f(1, 1, 1) = (0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

A:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ . B:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ . C: κανένας από αυτούς. D:  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Ερώτηση 8:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 5$ -πίνακας. Αν η τάξη του  $A$  είναι 3 τότε και η τάξη του  $A^T$  είναι 3.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 9:** Τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(1, 2, 2, 0)$ ,  $(1, 2, 3, 1)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .

Σειριακός αριθμός: **399**,

Απαντήσεις ΕΔΩ: **1: 2: 3: 4: 5: 6: 7: 8: 9:**

Όνομα, Τμήμα, Α.Μ.:

ΠΑΝ. ΚΡΗΤΗΣ – ΤΜΗΜΑ ΕΠ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ – ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Διδάσκουσα: Μαρία Λουκάκη

Ηράκλειο, 6 Σεπ. 2008

**Ερώτηση 1:** Αν 4 διανύσματα του  $R^4$  παράγουν τον  $R^4$  τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 2:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν  $f(1, 0) = (1, 1, 1)$  και  $f(1, 1) = (0, 0, 0)$  τότε ο πίνακας της  $f$  είναι ο

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad C: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad D: \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Ερώτηση 3:** Έστω  $A$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας με ορίζουσα 2. Η ορίζουσα του  $-2A^T$  είναι

A: 8. B: -16. C: 4. D: -4.

**Ερώτηση 4:** Έστω  $A$  ένας  $n \times n$ -πίνακας. Αν ο  $A - 5I_n$  δεν είναι αντιστρέψιμος τότε το 5 είναι ιδιοτιμή του.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 5:** Αν τα διανύσματα  $v_1, \dots, v_k$  του χώρου  $S$  είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε  $k \leq \dim(S)$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 6:** Έστω  $f$  γραμμική απεικόνιση από τον  $R^2$  στον  $R^3$ . Αν η διάσταση της εικόνας της  $f$  είναι 2 τότε η διάσταση του πυρήνα της  $f$  είναι 1.

A: ΣΩΣΤΟ. B: ΛΑΘΟΣ.

**Ερώτηση 7:** Τα διανύσματα  $(0, 1, 0, 2), (1, 1, -1, 0), (2, 3, -2, 2)$  είναι γραμ. ανεξάρτητα.

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

**Ερώτηση 8:** Η ορίζουσα  $|A|$  του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

είναι

A: 4. B: 2. C: 3 D: 0.

**Ερώτηση 9:** Έστω  $A$  ένας  $4 \times 4$  πίνακας τάξης 4. Το σύστημα  $Ax = b$  έχει μοναδική λύση για κάθε  $b$ .

A: ΛΑΘΟΣ. B: ΣΩΣΤΟ.

---

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 1.5 ώρα με κλειστές σημειώσεις και **χωρίς χρήση υπολογιστή**.

Κάθε σωστή απάντηση μετράει 9 μονάδες και κάθε λάθος μετράει αρνητικά με τέτοιο τρόπο ώστε αν "παίζετε" τυχαία την απάντησή σας, η μέση τιμή των πόντων που παίρνετε είναι 0.

Κενές απαντήσεις μετράνε 0.

Υπάρχει ακριβώς μία σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση.

Καλή επιτυχία.

**ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ!**

---

## Β'-ΜΕΡΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10: (15 μον.)

Για τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

προσδιορίστε

α) Τις διαστάσεις των: χώρου στηλών, μηδενόχωρου, χώρου γραμμών του  $A$ . Δώστε μια βάση για το χώρο γραμμών και μία για το χώρο στηλών του  $A$

β) Βρείτε ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του  $A$ . Είναι ο  $A$  διαγωνιοποιήσιμος;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11: (14 μον.)

Έστω

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Είναι ο  $W$  υπόχωρος του  $\mathbb{R}^4$  (δικαιολογήστε την απάντησή σας); Αν ο  $W$  είναι υπόχωρος βρείτε μια βάση του, και  $\dim(W)$ . Βρείτε επίσης τον  $W^\perp$  και  $\dim(W^\perp)$ .