

ΟΝΟΜΑ:

1.(1 μον.) Βρείτε γενική παραμετρική διανυσματική λύση του ομογενούς $Ax = 0$ όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Συμπληρώστε τα κενά:

Το σύνολο των λύσεων που βρήκατε είναι υπόχωρος του διάστασης Μία βάση του είναι η Επίσης είναι ορθογώνιο συμπλήρωμα του

2. (1 μον.) Προσδιορίστε την ορίζουσα $|A|$, με χρήση απαλοιφής Gauss όπου

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Είναι ο A αντιστρέψιμος ;

3.(1 μον.) Προσδιορίστε όλες τις τιμές των a, b, c που κάνουν τον πίνακα A διαγωνιοποιήσιμο.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4.(1 μον.) Αν $f : R^4 \rightarrow R^2$ με $f(1, 0, 0, 0) = (2, 1)$, $f(0, 1, 0, 0) = (1, 1)$, $f(0, 0, 0, 1) = (2, 0)$ και $f(0, 1, 1, 0) = (0, 1)$. Βρείτε:

- α) τον πίνακα A της f ,
- β) βάση για την εικόνα της f . Είναι η f επί ;
- γ) βάση για τον πυρήνα της f . Είναι η f 1-1 ;
- δ) διάνυσμα $u \in R^4$ με $f(u) = (1, 0)$.

5.(1 μον.) Έστω $S \subseteq R^3$ που περιέχει όλα τα διανύσματα (x_1, x_2, x_3) που ικανοποιούν $2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0$.

- α) Είναι ο S υπόχωρος του R^3 ; (Αιτιολογήστε πλήρως την απάντησή σας).
- β) Βρείτε βάση του $S^\perp$. Ποιά η διάσταση του $S^\perp$;

6. Σωστό η Λάθος. Κάθε σωστή απάντηση σας δίνει +0.5 ενώ για κάθε λάθος χάνετε 0.5. ΔΕΝ χρειάζεται να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Μην απαντάτε στην τύχη !!!

1) Έστω A ένας $n \times n$ -πίνακας. Αν ο $A - 3I_n$ είναι αντιστρέψιμος τότε το 3 είναι ιδιοτιμή του A .
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

2) Υπάρχουν διανύσματα $v_1, v_2 \in R^2$ που παράγουν το πρώτο τεταρτημόριο του R^2 .
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

3) Αν 4 διανύσματα του R^4 παράγουν τον R^4 τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

4) Οι ιδιοτιμές ενός κάτω τριγωνικού πίνακα είναι τα διαγώνια στοιχεία του.
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

5) Ένας πίνακας 4 επί 4 τάξης 3 έχει πάντα το 0 σαν ιδιοτιμή του.
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

6) Τα διανύσματα $(0, 1, 0, 2)$, $(1, 1, -1, 0)$, $(2, 1, 4, 1)$ είναι γραμ. ανεξάρτητα.
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

7) Έστω A ένας 3×4 πίνακας τάξης 3. Το σύστημα $Ax = b$ έχει άπειρες λύσεις για κάθε b .
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

8) Έστω A πίνακας $m \times n$ και B ένας $n \times s$ με $s \geq 3$. Αν η τρίτη στήλη του B είναι όλο μηδενικά τότε και τρίτη στήλη του γινομένου AB είναι μηδενική.
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

9) Αν A είναι 6×6 τότε $\det(-A^T) = \det(A)$
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ

10) Αν τα διανύσματα $v_1, \dots, v_k$ παράγουν τον χώρο S τότε $k \leq \dim(S)$.
α) ΣΩΣΤΟ β) ΛΑΘΟΣ