

Γραμμική Άλγεβρα

Πρόοδος 3

30/5/2008

ΟΝΟΜΑ:

1.(3 μον.) Προσδιορίστε όλες τις τιμές του c που κάνουν τον πίνακα A διαγωνιοποιήσιμο.

$$A = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

2.(3 μον.) Ο A είναι 3 επί 3 και έχει ιδιοτιμές τις 1, 2, 3 με αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα τα $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 1)$ και $(0, 0, 1)$.

α) Είναι ο A διαγωνιοποιήσιμος ; Αν ναι, βρείτε S αντιστρέψιμο και D διαγώνιο ώστε $A = SDS^{-1}$.

β) Ποιό είναι το ίχνος του A^2 ;

γ) Ποιά είναι η ορίζουσα του $(A^{-1})^T$;

δ) Βρείτε τον πίνακα A^k για οποιοδήποτε k . (Αρκεί να δώσετε ένα τρόπο υπολογισμού του A^k .)

3.(1.5 μον.) Δείξτε ότι το $x - y$ είναι ορθογώνιο στο $x + y$ αν και μόνο αν $\|x\| = \|y\|$.

4.(2.5 μον.) Έστω S ο υπόχωρος του R^4 που περιέχει όλα τα διανύσματα με $x_1 = 2x_2$ και $x_3 = 3x_4$. Βρείτε βάση του S^\perp .