Γραμμική ΙΙ, Εαρινό 2009
Φυλλάδιο 1
Ασκήσεις επανάληψης σε διανυσματικούς χώρους.

Σωστό ή Λάθος

1)Υπάρχουν διανύσματα $v_1, v_2 \in R^2$ που παράγουν το πρώτο τεταρτημόριο του R^2.

2)Αν 4 διανύσματα του R^4 παράγουν τον R^4 τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.

3)Τα διανύσματα $(0,0,a,2), (0,0,-1,0), (0,b,0,1)$ είναι γραμ. ανεξάρτητα.

4)Αν τα διανύσματα $\{v_1, v_2\}$ είναι γραμμ. ανεξάρτητα και τα $\{v_2, v_3\}$ είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε το ίδιο ισχύει και για τα $\{v_1, v_2, v_3\}$.

5)Αν τα διανύσματα $v_1, \cdots, v_k$ παράγουν τον χώρο S τότε $k \leq dim(S)$.

6) Ο υπόχωρος του C που παράγεται από τα $2+i$, $1-i$ είναι όλο το C.

7)Όλοι οι γραμμικοί συνδιασμοί των διανυσμάτων $(1,1,0)$ και $(1,2,1)$ αποτελούν υπόχωρο του R^3 διάστασης 2.

8)Υπάρχει μόνο ένας υπόχωρος του R^n διάστασης n.

9)10 διανύσματα στον R^7 παράγουν πάντα τον R^7.

10)Ένας πίνακας 5 επί 7 δεν έχει ποτέ γραμ. ανεξάρτητες στήλες.

11)Αν 3 διανύσματα είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε οποιαδήποτε 2 απο αυτά είναι επίσης ανεξάρτητα.

12)Το υποσύνολο του R^3 που αποτελείται από όλα τα διανύσματα $(x+y, 2x+1, y)$, $x, y \in R$ είναι υπόχωρος του R^3.

13) Το υποσύνολο του R^3 που αποτελείται από όλα τα διανύσματα $(x, y+1, 2x)$, $x, y \in R$ είναι υπόχωρος του R^3.

14) Αν $v \in R^2$ και $R^2 = < v_1, v_2, v_3 >$ τότε το v γράφεται σαν γραμ. συνδ. 2 διανυσμάτων από τα v_1, v_2, v_3.

15) Αν v ανήκει στο χώρο που παράγουν τα $\{v_1, v_2, v_3\}$ τότε γράφεται σαν γραμ. συνδ. οποιονδήποτε 2 από τα v_1, v_2, v_3.

16) Το σύνολο $A = \{p(x) : p(0) = p(1) = 0\}$ είναι υπόχωρος του $R[x]$. (Αν είναι υπόχωρος έχει πεπερασμένη διάσταση ;)

17) Η τομή δύο διαφορετικών υποχώρων του R^5 διάστασης 4 έχει διάσταση 3.

18) Αν A, B είναι υπόχωροι του V και $A =< v_1, v_2 >$, $B =< u >$ τότε $A + B =< v_1 + u, v_2 + u >$.

19)Αν A, B υπόχωροι του R^3 ώστε $dimA = 2$ και $B =< b >$ με $b \notin A$ τότε $R^3 = A \oplus B$.

20) Αν A υπόχωρος διάστασης 2 του R^3 και B, C υπόχωροι τέτοιοι ώστε $R^3 = A \oplus B = A \oplus C$ τότε $B = C$.