

Γραμμική ΙΙ, Εαρινό 2009
Φυλλάδιο 4

1. Αν A, B όμοιοι $n \times n$ πίνακες δείξτε ότι

1) $|A| = |B|$

2) $tr(A) = tr(B)$.

Δείξτε ότι το αντίστροφο δεν ισχύει.

2. Έστω $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ γραμμική απεικόνιση τέτοια ώστε $T^2 = I$

1) $x \in Im(1/2(I + T)) \Rightarrow T(x) = x$

2) $x \in Im(1/2(I - T)) \Rightarrow T(x) = -x$

3) Αν $T \neq \pm I \Rightarrow \exists x_1, x_2$ μη μηδενικά γραμμικώς ανεξάρτητα διανύσματα στον \mathbb{R}^2
 $T(x_1) = x_1$ και $T(x_2) = -x_2$

4) Έστω A ένας 2×2 πίνακας τ.ω. $A^2 = I_2$. Αν $A \neq \pm I_2$ τότε είναι όμοιος με τον

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Βρείτε το μ.κ.δ. των πολυωνύμων $x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ και $x^3 + 6x^2 + 7x + 1$ στο $\mathbb{R}[x]$ και στο $\mathbb{C}[x]$. Υπάρχει διαφορά;

4. Από το βιβλίο σελ.51-52 δείτε τις ασκήσεις
2A, 5, 6, 7, 8, 9