

Εισαγωγή στη Θεωρία Γραφημάτων, Εαρινό 2010  
Φυλλάδιο 4

1. Έστω  $T$  δέντρο με  $n$  κορυφές. Αν ο μεγαλύτερος βαθμός των κορυφών του είναι  $k$  (δηλ.  $\Delta(T) = k$ ) δείξτε ότι το  $T$  έχει τουλάχιστον  $k$  κορυφές βαθμού 1.
2. Έστω  $G$  γράφημα με  $n$  κορυφές τέτοιο ώστε κάθε γράφημα που παράγεται αν αφαιρέσετε μία κορυφή του  $G$  είναι δέντρο. Προσδιορίστε το  $G$ .
3. Έστω  $n_1, n_2, \dots, n_k$  θετικοί ακέραιοι. Δείξτε ότι υπάρχει δέντρο με ακολουθία βαθμών την  $(n_1, n_2, \dots, n_k)$  αν και μόνο αν  $\sum n_i = 2k - 2$ .
4. Έστω  $G$  συνεκτικό γράφημα με  $n$  κορυφές. Δείξτε ότι  $G$  έχει ακριβώς ένα κύκλο αν και μόνο αν  $G$  έχει ακριβώς  $n$  ακμές.
5. Να βρεθεί το πιο οικονομικό δέντρο που παράγει το παρακάτω γράφημα.

