

1. Έστω G απλό γράφημα με 6 κορυφές. Δείξτε ότι είτε το G είτε το συμπληρωματικό του \bar{G} περιέχει κύκλο μήκους 4.

2. 1) Δείξτε ότι το χρωματικό πολυώνυμο $P_G(k)$ του πλήρους διμερούς γραφήματος $G = K_{2,s}$ είναι

$$P_G(k) = k(k-1)^s + k(k-1)(k-2)^s.$$

2) Δείξτε ότι το χρωματικό πολυώνυμο $P_{C_n}(k)$ του κύκλου C_n μήκους n είναι το

$$P_{C_n}(k) = (k-1)^n + (-1)^n(k-1).$$

3. Δείξτε ότι το άθροισμα των συντελεστών του χρωματικού πολυωνύμου ενός γραφήματος G είναι 0 εκτός εάν G είναι το κενό γράφημα.

4. 1) Για κάθε n περιττό, δώστε παράδειγμα γραφήματος G για το οποίο ισχύει $\chi(G) = \chi'(G) = n$. Μπορείτε να βρείτε αντίστοιχο για n άρτιο;

1) Για κάθε n , δώστε παράδειγμα γραφήματος G για το οποίο ισχύει $\chi(G) = 2$ και $\chi'(G) = n$.

2) Υπολογίστε το χρωματικό δείκτη $\chi'(G)$ των γραφημάτων

