

Εισαγωγή στη Θεωρία Γραφημάτων, Εαρινό 2010  
Φυλλάδιο 8

Αυτό το φυλλάδιο το παραδίδετε έως και την ημέρα του τελικού.

1. Έστω  $\sigma_k$  το πλήθος των  $k$ -κύκλων γραφήματος  $G$ . Γράψουμε  $\lambda_i, d_i$  για τις ιδιοτιμές και τους βαθμούς των κορυφών του  $G$ , αντίστοιχα. Έστω  $L_t = \sum \lambda_i^t$  και  $D_t = \sum d_i^t$ . Προσδιορίστε τα  $\sigma_3$  και  $\sigma_4$  χρησιμοποιώντας τα  $\{L_t\}, \{D_t\}$ .
2. Έστω  $G$  γράφημα με πίνακα συνδεσμολογίας  $A$ . Αν το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του  $A$  είναι  $\chi_A(x) = x^8 - 24x^6 - 64x^5 - 48x^4$ , τι μπορείτε να πείτε για το γράφημα  $G$ ;
3. Βρείτε αναδρομικές σχέσεις (ως προς  $n$ ) για το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα συνδεσμολογίας του γραφήματος
  - α)  $P_n$ , μονοπάτι μήκους  $n$
  - β)  $C_n$ , κύκλος μήκους  $n$
4. \* Έστω  $G$  συνεκτικό γράφημα. Δείξτε ότι  $G$  είναι διμερές αν και μόνο αν  $\lambda_{max}(G) = -\lambda_{min}(G)$ .