

Ανάλυση 1, Χειμερινό 2011

Φυλλάδιο 7

1. Σωστό ή Λάθος

Αν $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής στο x_0 και $f(x_0) = 5$, τότε υπάρχει $\delta > 0$ ώστε για κάθε $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ ισχύει $f(x) \leq 21/4$.

Αν $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής στο x_0 και $f(x_0) = 5$, τότε υπάρχει $\delta > 0$ ώστε για κάθε $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ ισχύει $f(x) \geq 5.00001$.

Η $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ με $f(x) = 1/x$ είναι συνεχής.

2. Έστω $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ και $M \geq 0$. Αν $\forall x, y \in \mathbf{R}$ ικανοποιεί $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ δείξτε ότι είναι συνεχής.

3. Έστω $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής ώστε $f(x) \in \mathbf{Q}$ για κάθε $x \in [0, 1]$. Δείξτε ότι είναι σταθερή.

4.* Έστω $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής στο 0 και ικανοποιεί $f(x/2) = f(x)$ για κάθε $x \in \mathbf{R}$. Δείξτε ότι είναι σταθερή.

Δείτε τις παρακάτω ασκήσεις από τις σημειώσεις του κ. Παπαδημητράκη:

Άσκηση 4 σελίδα 142,

Άσκηση 11(ιι) σελίδα 143,

*Άσκηση 19 σελίδα 144