

## Γραμμική Άλγεβρα 1

Ολοήμερο Εργαστήριο 6

Α. Νικολιδάκης– Μ. Λουκάκη

1. Είναι τα διανύσματα  $(1, 1, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1, 1)$ ,  $(0, 1, 0, 1)$  γραμ. ανεξάρτητα;
2. Είναι τα ακόλουθα σωστά ή λάθος; Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.
  - 1) Εννέα διανύσματα του  $\mathbf{R}^7$  μπορεί να είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.
  - 2) Εννέα διανύσματα του  $\mathbf{R}^7$  παράγουν τον  $\mathbf{R}^7$ .
  - 3) Εννέα γραμ. ανεξάρτητα διανύσματα του  $\mathbf{R}^9$  αποτελούν βάση του  $\mathbf{R}^9$ .
  - 4) Έστω  $V$  ένας διαν. υπόχωρος του  $\mathbf{R}^7$  διάστασης 4. Κάθε βάση του  $V$  μπορεί να επεκταθεί σε βάση του  $\mathbf{R}^7$  επισυνάπτοντας 3 ακόμα διανύσματα.
  - 5)\* Έστω  $V$  ένας διαν. υπόχωρος του  $\mathbf{R}^7$  διάστασης 4. Κάθε βάση του  $\mathbf{R}^7$  περιέχει βάση του  $V$  που προκύπτει παραλείποντας 3 διανύσματα.
  - 6)\* Αν  $V$  και  $W$  είναι τριδιάστατοι υπόχωροι του  $\mathbf{R}^5$  τότε υπάρχει μη μηδενικό διάνυσμα στην τομή τους  $V \cap W$ .
3. Βρείτε μία βάση για το επίπεδο  $x - 2y + 3z = 0$  στον  $\mathbf{R}^3$ . Στη συνέχεια βρείτε μία βάση της τομής του παραπάνω επιπέδου με το  $x + y + z = 0$ . Τέλος βρείτε μια βάση για τον υπόχωρο των διανυσμάτων που είναι κάθετα στο αρχικό επίπεδο.
4. Βρείτε μία βάση για κάθε ένα από τους εξής υπόχωρους του  $\mathbf{R}^4$ :
  - 1) Όλα τα διανύσματα των οποίων οι συνιστώσες είναι ίσες.
  - 2) Όλα τα διανύσματα των οποίων οι συνιστώσες έχουν άθροισμα 0.
  - 3) Όλα τα διανύσματα που είναι κάθετα στα  $(1, 1, 0, 0)$  και  $(1, 0, 1, 1)$ .