

Γραμμική Άλγεβρα 1

3^η Εβδομαδιαία Συνάντηση

Α. Νικολιδάκης- Μ. Λουκάκη

1. Δίνεται το σύστημα

$$x + by + z = 3$$

$$x + 2by + z = 4$$

$$ax + y + z = 4.$$

Να βρεθούν (με την μέθοδο Gauss-Jordan) οι τιμές των a, b ώστε να έχει μοναδική λύση. Ποια είναι η λύση στις περιπτώσεις αυτές;

Σε κάθε βήμα της μεθόδου να βρεθούν οι πίνακες πολ/μού από αριστερά καθώς και οι αντίστροφοί τους. Τέλος να γραφεί ο πίνακας του συστήματος στην μορφή $A = LU$ όπου L κάτω τριγωνικός με 1 στην διαγώνιο, ενώ U άνω τριγωνικός με τους οδηγούς στην διαγώνιο.

2. Δώστε παραδείγματα πινάκων A, B έτσι ώστε

1) Ο $A + B$ να μην αντιστρέφεται παρόλο που οι A και B αντιστρέφονται.

2) Ο $A + B$ να αντιστρέφεται παρόλο που οι A και B δεν αντιστρέφονται.

3) Οι A, B καθώς και ο $A + B$ να αντιστρέφονται.

Στο 3) χρησιμοποιήστε ότι $A^{-1}(A + B)B^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$ και δείξτε ότι και ο $B^{-1} + A^{-1}$ είναι αντιστρέψιμος, βρείτε ακόμη και τύπο για τον αντίστροφό του.