

# Γραμμική Άλγεβρα 1

9<sup>η</sup> Εβδομαδιαία Συνάντηση  
Α. Νικολιδάκης– Μ. Λουκάκη

1. Δείξτε ότι υπάρχει μοναδική γραμμική απεικόνιση  $T : R^3 \rightarrow R^3$  με

$$T(1, 1, 1) = (1, 0, 1)$$

$$T(0, 1, -1) = (2, 1, 3)$$

$$T(1, 2, 1) = (1, 1, 2).$$

- 1) Βρείτε τον πίνακα  $A$  της παραπάνω απεικόνισης.
- 2) Δείξτε ότι η εικόνα  $T(R^3)$  της  $T$  είναι ένα επίπεδο στον  $R^3$ .
- 3) Βρείτε την αντίστροφη εικόνα του  $\{0\}$  μέσω της  $T$ .
- 4) Βρείτε έναν υπόχωρο  $V$  του  $R^3$  διάστασης 2 με την ιδιότητα  $T(V) = T(R^3)$ .
- 5) Βρείτε ένα διάνυσμα  $v \in R^3$  τέτοιο ώστε  $T(v) = (6, -1, 5)$ .
- 6) Βρείτε έναν υπόχωρο  $W$  του  $R^3$  διάστασης 2 με την ιδιότητα ο  $T(W)$  να είναι η ευθεία στον  $R^3$  που ορίζεται από το διάνυσμα  $(6, -1, 5)$ .

2. Έστω  $T : V \rightarrow W$  μία γραμμική απεικόνιση. Δείξτε ότι τα επόμενα είναι ισοδύναμα.

- 1) Ο  $T$  είναι ισομορφισμός.
- 2) Αν  $v_1, \dots, v_k$  είναι βάση του  $V$  τότε και τα  $T(v_1), \dots, T(v_k)$  είναι βάση του  $W$ .