

Άλγεβρα Ομομορφισμοί

Δείτε τα Σωστά-Λάθος άσκηση 23 σελ. 145 από το βιβλίο του Fraleigh.

1. Αν $\phi : G_1 \rightarrow G_2$ ομομορφισμός πεπερασμένων ομάδων με $(|G_1|, |G_2|) = 1$ τότε ϕ είναι τετριμμένος.
2. Αν $\phi : S_3 \rightarrow \mathbf{Z}_3$ είναι ομομορφισμός ομάδων τότε $Im\phi = \{0\}$.
3. Έστω G ομάδα και $g \in G$. Θεωρούμε $\phi_g : G \rightarrow G$ και $\Theta_g : G \rightarrow G$ που ορίζονται σαν $\phi_g(x) = gx$ και $\Theta_g(x) = gxg^{-1}$, για κάθε $x \in G$. Για ποια $g \in G$ είναι οι παραπάνω απεικονίσεις ομομορφισμοί;
4. Ποιά απο τα παρακάτω ζευγάρια ομάδων είναι ισόμορφα:
 - 1) $(\mathbf{Z}, +), (\mathbf{Q}, +)$
 - 2) $(U(\mathbf{Z}_5), \cdot), (\mathbf{Z}_4, +)$
 - 3) $(U(\mathbf{Z}_7), \cdot), (U(\mathbf{Z}_{14}), \cdot)$
 - 4) $(\mathbf{Z}_p, +), (\mathbf{Z}_q, +)$ όπου p, q είναι πρώτοι.
5. Βρείτε όλους τους ομομορφισμούς ομάδων απο το $(\mathbf{Z}_8, +)$ στο $(\mathbf{Z}_{15}, +)$ και από το $(\mathbf{Z}_8, +)$ στο $(\mathbf{Z}_{10}, +)$. Πόσους ισομορφισμούς ομάδων μπορείτε να βρείτε απο την $(\mathbf{Z}, +)$ στον εαυτό της;
6. Πόσοι ομομορφισμοί υπάρχουν από το \mathbf{Z} στο \mathbf{Z} ; Από το \mathbf{Z} στο \mathbf{Z}_2 ;
7. Αν $\phi : G \rightarrow H$ επιμορφισμός ομάδων με $|G| = 21$ και $\ker \phi \neq e$ τότε η H είναι κυκλική.