

Θ. Πιθανοτήτων
Φυλλάδιο 2
Χειμερινό 2012
Μ. Λουκάκη

1. Δείξτε ότι $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ και $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$.
2. Δείξτε ότι $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.
3. Σε ένα κουτί έχετε 10 μαύρους και 20 άσπρους βόλους.
 - α) Αν τραβήξετε δύο βόλους στην τύχη ποιά είναι η πιθανότητα να είναι και οι δύο ίδιου χρώματος;
 - β) Αν τραβήξετε ένα βόλο και μετά τον ξαναβάλετε στο κουτί πριν τραβήξετε τον δεύτερο ποια είναι η πιθανότητα να έχουν το ίδιο χρώμα;
4. Υπάρχουν n κάλτσες σε ένα συρτάρι, 3 από τις οποίες είναι κόκκινες. Ποιά είναι η τιμή του n αν ξέρουμε ότι όταν βγάλουμε 2 κάλτσες από το συρτάρι η πιθανότητα να είναι και οι δύο κόκκινες είναι $1/2$;
5. Ένα κουτί περιέχει 3 κόκκινες και 5 μαύρες μπάλες. Δύο παίχτες τραβάνε διαδοχικά μπάλες από το κουτί (χωρίς επανατοποθέτηση). Κερδίζει όποιος βγάλει πρώτος κόκκινη μπάλα. Ποιά είναι καλύτερη στρατηγική για το παιχνίδι, να παίζεις πρώτος; να παίζεις δεύτερος; ή δεν έχει σημασία;
6. Ρίχνετε τρία ζάρια. Ποιά είναι η πιθανότητα να έχετε τουλάχιστον ένα εξάρι αν ξέρετε ότι και τα τρία είναι διαφορετικά;
7. Τα 52 χαρτιά μοιράζονται σε 4 παίχτες. Ποιά είναι η πιθανότητα ο Α να μην έχει κανένα άσο αν ο Β επίσης δεν έχει άσο;
8. Έχουμε 3 κουτιά Α, Β, Γ με βόλους και τραβάμε ένα βόλο από κάθε κουτί. Ο Α περιέχει 2 άσπρους και 4 μαύρους. Ο Β περιέχει 8 άσπρους και 4 μαύρους και ο Γ περιέχει 1 άσπρο και 3 μαύρους. Ποιά είναι η πιθανότητα ο βόλος που τραβάμε από το κουτί Α να είναι άσπρος αν ξέρουμε ότι στην τριάδα των βόλων που έχουμε τραβήξει οι δύο είναι άσπροι.