

## Θ. Πιθανοτήτων

### Φυλλάδιο 3

Χειμερινό 2012

Μ. Λουκάκη

1. (Απίστευτο και όμως αληθινό..)

Έχω  $n$  κλειδιά στην τσέπη μου για να ανοίξω την πόρτα του γραφείου μου, αλλά μόνο ένα από αυτά την ξεκλειδώνει.

- 1) Αν δοκιμάζω τα κλειδιά και μετά από κάθε δοκιμή πετάω αυτό που δεν κάνει, ποιά η πιθανότητα να ανοίξω την πόρτα στην  $k$ - δοκιμή;
- 2) Αν δεν πετάω τα κλειδιά που έχω δοκιμάσει ποιά η πιθανότητα να ανοίξω στην  $k$  δοκιμή;

2. Έχουμε 3 νομίσματα σε ένα κουτί. Το ένα είναι αμερόληπτο, το δεύτερο έχει και στις δυο πλευρές κορώνα και το τρίτο φέρνει κορώνα με πιθανότητα  $3/4$ . Διαλέγω τυχαία ένα από τα τρία το ρίχνω και έρχεται κορώνα. Ποιά είναι η πιθανότητα το νόμισμα που διάλεξα να είναι το αμερόληπτο;

3. Ρίχνω 2 ζάρια. Ποιά η πιθανότητα το άθροισμά τους να είναι 7 δεδομένου ότι η διαφορά τους είναι 1;

4. Ζητάτε από ένα γείτονα να ποτίσει το αγαπημένο σας φυτό ενώ λείπετε σε διακοπές. Χωρίς νερό αυτό θα μαραθίει με πιθανότητα 0.8. Με νερό πάλι έχει πιθανότητα 0.15 να μαραθίει γιατί του λείπετε. Εσείς είστε 90/100 σίγουροι ότι ο γείτονας θα ποτίσει το φυτό.

- 1) Ποιά η πιθανότητα όταν γυρίσετε να μην είναι μαραμμένο;
- 2) Αν είναι μαραμμένο ποιά είναι η πιθανότητα ο γείτονας να ξέχασε να το ποτίσει;

5. Έχουμε 3 δοχεία με βώλους. Το πρώτο έχει 5 άσπρους και 5 μαύρους βώλους. Το δεύτερο έχει 5 άσπρους και 10 μαύρους βώλους και το τρίτο έχει 10 άσπρους και 5 μαύρους.

- α) Αν τραβήξουμε ένα βόλο από κάθε κουτί ποιά η πιθανότητα να είναι και οι 3 άσπροι;
- β) Πρώτα επιλέγουμε ένα κουτί στην τύχη και μετά ένα βόλο. Ποιά η πιθανότητα να είναι άσπρος;
- γ) Πρώτα επιλέγουμε ένα κουτί στην τύχη και μετά ένα βόλο. Δεδομένου ότι ο βόλος είναι άσπρος, ποιά η πιθανότητα να διαλέξαμε το πρώτο κουτί;
- δ) Τραβάμε ένα βόλο από το πρώτο τον βάζουμε στο δεύτερο. Μετά τραβάμε από τον δεύτερο και τον βάζουμε στο τρίτο. Τέλος τραβάμε έναν βόλο από το τρίτο. Ποιά είναι η πιθανότητα και οι 3 που τραβήξαμε να είναι άσπροι;

6. Ρίχνουμε ένα νόμισμα  $2n$  φορές. Ποιά είναι η πιθανότητα να φέρουμε ίδιο αριθμό από κορώνες και γράμματα;

Τα επόμενα προβλήματα ελπίζω να ξεκαθαρίσουν μερικές απορίες. Προσέξτε τις διαφορές!

7. Έχω 22 άτομα για να φτιάξω δύο ομάδες ποδοσφαίρου 11 ατόμων η κάθε μία.

- 1) Με πόσους τρόπους μπορώ να τους μοιράσω αν οι δύο ομάδες παίζουν στα ίδια πρωταθλήματα;
- 2) Με πόσους τρόπους μπορώ να τους μοιράσω αν η ομάδα Α παίζει Α-εθνική και η Β στην Β-εθνική;

8. 8 μπάλες μοιράζονται σε 4 δοχεία.

- 1) Με πόσους τρόπους αν οι μπάλες είναι αριθμημένες;
- 2) Με πόσους τρόπους αν οι μπάλες δεν είναι αριθμημένες;
- 3) Ποιά είναι η πιθανότητα αν μοιράσω 8 μη αριθμημένες μπάλες σε 4 δοχεία αν έχω τουλάχιστον μια μπάλα σε κάθε δοχείο;

Το παραπάνω πρόβλημα είναι ουσιαστικά ίδιο με το

9. Πόσες ακέραιες λύσεις της εξίσωσης  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$  υπάρχουν με  $x_i \geq 0$ . Με  $x_i > 0$ ;