

Θ. Πιθανοτήτων
Φυλλάδιο 4
Χειμερινό 2012
Μ. Λουκάκη

1. Αν έχετε 3 λαχνούς από μια κλήρωση για την οποία έχουν πουληθεί n λαχνοί και θα δοθούν 5 έπαθλα, ποιά είναι η πιθανότητα να κερδίσετε τουλάχιστο ένα έπαθλο;

2. Υποθέτουμε ότι 10 βώλοι κατανέμονται σε 10 δοχεία. Υπολογίστε

- 1) Την πιθανότητα το πρώτο δοχείο να μείνει άδειο.
- 2) Την πιθανότητα ακριβώς ένα δοχείο να μείνει άδειο
- 3) Την πιθανότητα να μείνει άδειο ακριβώς ένα δοχείο με δεδομένο ότι το πρώτο δοχείο είναι άδειο.
- 4) Την πιθανότητα να μείνει άδειο το πρώτο δοχείο με δεδομένο ότι ακριβώς ένα δοχείο είναι άδειο.

Υπολογίστε τις παραπάνω 4 πιθανότητες

α) αν οι βώλοι είναι αριθμημένοι και β) αν δεν είναι .

3. 1) Αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα, δείξτε ότι επίσης και τα A, B^c είναι ανεξάρτητα όπως και τα A^c, B^c .

2) Αν τα ενδεχόμενα A, B είναι ανεξάρτητα και ασυμβίβαστα τί συμπέρασμα βγάζετε;

3) Τα ενδεχόμενα A, B είναι ανεξάρτητα όπως και τα ενδεχόμενα A, C . Αν επιπλέον ισχύει ότι $B \cap C = \emptyset$ δείξτε ότι και τα $A, B \cup C$ είναι ανεξάρτητα.

4. Ένας κυκλικός στόχος με μοναδιαία ακτίνα χωρίζεται σε 4 ζώνες με ακτίνες $1/4, 1/2, 3/4$ και 1 . Επιχειρούμε τυχαίες ανεξάρτητες βολές που όλες πετυχαίνουν τον στόχο.

1) Αν επιχειρήσουμε 10 βολές ποια είναι η πιθανότητα το πολύ 3 να πετύχουν την ζώνη που ορίζεται από τους κύκλους με ακτίνες $1/2$ και 1 ;

2) Τώρα παίζω το εξής παιχνίδι. Αν πετύχω τον μικρότερο κυκλος ακτίνας $1/4$, κερδίζω 1000 ευρώ. Αν πετύχω την ζώνη ανάμεσα στους κύκλους ακτίνας $1/4$ και $3/4$ ξαναπαίζω. Αν όμως πετύχω τον εξωτερικό δακτύλιο, ανάμεσα στους κύκλους ακτίνας $3/4$ και 1 , πληρώνω 1000 ευρώ. Σταματάω το παιχνίδι αν πληρώσω ή κερδίσω. Ποιά η πιθανότητα να κερδίσω;

5. Σε ένα κουτί έχετε 5 μαύρους και 4 άσπρους βώλους. Τραβάτε 2 βώλους βλέπετε το χρώμα τους και τους ξαναβάζετε στο κουτί.

1) Ποιά η πιθανότητα να βγάλετε δύο ίδιου χρώματος ακριβώς την x - φορά που τραβάτε; (Δηλαδή τις υπόλοιπες $x-1$ φορές ήταν διαφορετικό χρώμα.)

2) Ποιά η πιθανότητα να βγάλω 2 άσπρους πριν βγάλω 2 μαύρους.

6. (*) Η Άννα και η Μαρία παίζουν το εξής παιχνίδι ρίχνοντας ένα νόμισμα. Ξεκινάει να ρίχνει Άννα και σταματάει μόλις έρθουν γράμματα. Έπειτα ρίχνει η Μαρία η οποία σταματάει επίσης μόλις έρθουν γραμματα. Μετά είναι πάλι η σειρά της Άννας κτλ... Αν νικητής του παιχνιδιού είναι αυτός που πρώτος θα φέρει 2 συνεχόμενες φορές κορώνα, ποιά είναι η πιθανότητα να κερδίσει η Άννα;