

**Θ. Πιθανοτήτων**  
**Φυλλάδιο 7**  
Χειμερινό 2012  
Μ. Λουκάκη

1. Ρίχνετε δύο ζάρια. Βρείτε την από κοινού συνάρτηση πυκνότητας των  $X, Y$  αν:

- 1)  $X$  είναι η μικρότερη και  $Y$  η μεγαλύτερη τιμή των ζαριών.
- 2)  $X$  είναι η τιμή του πρώτου ζαριού και  $Y$  η μεγαλύτερη από τις δύο τιμές.

Ποιές είναι οι αντίστοιχες περιθώριες σ.π. των  $X$  και  $Y$ ;

2. Σε ένα κουτί έχετε 5 άσπρους και 8 κόκκινους βώλους. Τραβάτε 3 χωρίς επανάθεση. Έστω  $X_i$  για  $i = 1, 2, 3$  τ.μ. όπου

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{αν ο } i \text{ βώλος είναι άσπρος} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Βρείτε:

- A) την απο κοινού σ.π. των  $X_1, X_2$
- B) την από κοινού σ.π. των  $X_1, X_2, X_3$
- Γ) την δεσμευμένη πυκνότητα της  $X_1$  δεδομένου ότι  $X_2 = 1$ .

3. Έστω  $X, Y$  ανεξάρτητες τ.μ. που ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή στο  $\{0, 1, \dots, N\}$ . Υπολογίστε:

- 1)  $P(X > Y)$  και  $P(X = Y)$ .
- 2) Τις πυκνότητες των  $\min(X, Y)$ ,  $\max(X, Y)$  και  $|X - Y|$ .

(Για δική σας εξάσκηση λύστε τις αντίστοιχες ερωτήσεις αν  $X, Y$  ακολουθούν Bernoulli ή γεωμετρική).

4.  $N$  αριθμημένοι βώλοι κατανέμονται σε  $r$  δοχεία. Θέτουμε  $X_i = 1$  αν το  $i$ -δοχείο είναι άδειο και  $X_i = 0$  αλλιώς, όπου  $i = 1, \dots, r$ .

- α) Βρείτε  $EX_i$ .
- β) Αν  $i \neq j$  βρείτε  $E(X_i X_j)$
- γ) Αν  $X$  το πλήθος των άδειων δοχείων βρείτε  $EX$ .