

Θ. Πιθανοτήτων
Φυλλάδιο 9
Χειμερινό 2012
Μ. Λουκάκη

1. Αν $EX = 1$ και $VarX = 5$ βρείτε $E((X + 2)^2)$ και $Var(4 + 3X)$.
2. Αν X, Y ανεξάρτητες τ.μ. με $EX^4 = 2, EY^2 = 1, EX^2 = 1$ και $EY = 0$, βρείτε την $Var(X^2Y)$.
3. Αν X, Y ανεξάρτητες τ.μ. και $VarX = a, VarY = b$, υπολογίστε $Cov(X + Y, X - Y)$ σαν συναρτηση των a, b .
4. Αν X, Y ανεξάρτητες τ.μ. που ακολουθούν γεωμετρική κατανομή, υπολογίστε
 - 1) $P(X|X + Y = n)$ (μπορείτε να δείτε την απάντηση χωρίς υπολογισμούς;)
 - 2) $E(X|X + Y = n)$Αν οι ανεξάρτητες τ.μ. ακολουθούν την ίδια κατανομή F (όχι κατ'ανάγκη γεωμετρική), προσαρμόστε την λύση σας για να δώσετε μια γενικότερη λύση στο πρόβλημα.
5. Ένας φυλακισμένος βρίσκεται σε ένα κελί με 3 πόρτες. Η πρώτη τον οδηγεί πίσω στο κελί του αφού περιπλανηθεί για 2 μέρες μέσα σε ένα τούνελ. Η δεύτερη πάλι τον επιστρέφει στο κελί του μετά από μία διαδρομή 4 ημερών. Η τρίτη τον οδηγεί στην ελευθερία μετά από μία μέρα περιπλάνησης. Αν υποθέσουμε ότι ο φυλακισμένος πάντα διαλέγει μία από τις πόρτες 1, 2, 3 με πιθανότητες 0.5, 0.3 και 0.2, βρείτε κατά μέσο όρο πόσες μέρες χρειάζεται μέχρι να ελευθερωθεί.
(Υποδ. Στην τάξη σχολιάσαμε και αποδείξαμε την σχέση $E(X) = E(E(X|Y))$. Εφαρμόστε την για κατάλληλες X, Y).
6. n αριθμημένες μπάλες κατανέμονται σε n αριθμημένα δοχεία ώστε σε κάθε κουτί μπαίνει ένας μόνο βώλος. Λέμε ότι έχουμε σύμπτωση στο i -κουτί αν σε αυτό έχει μπει ο i -βώλος. Έστω X το πλήθος των συμπτώσεων. Βρείτε την EX και $VarX$.
- 7.* n αριθμημένες μπάλες κατανέμονται σε n αριθμημένα δοχεία. Αν X η τ.μ. που μετράει το πλήθος των άδειων δοχείων, βρείτε την μέση τιμή EX και την διασπορά $Var(X)$. (Την μέση τιμή σε αυτή την άσκηση την έχουμε ήδη υπολογίσει στο Φυλλάδιο 7, άσκηση 4. Δουλέψτε ανάλογα για την διασπορά.)