

Θ. Πιθανοτήτων, Χειμερινό 2012
QUIZ 9, Απαντήσεις

Εκδοχή Α: $P(X + Y = n) = \binom{2n}{n} p^n (1-p)^n$
 $P(X + Y = 2n) = p^{2n}$
 $P(X + Y = n+1) = \binom{2n}{n+1} p^{n+1} (1-p)^{n-1}$
 $E(X + Y) = 2np, E(XY) = n^2 p^2.$

Εκδοχή Β: (Προσέξτε οι X, Y δεν είναι ανεξάρτητες.) Η $Z = X + Y$ παίρνει τιμές $z = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ και

$$P(Z = z) = \sum_t f(X = t, Y = z - t) = z/30 \sum_t .$$

Έτσι $P(Z = 0) = 0, P(Z = 1) = 2/30, P(Z = 2) = 6/30, P(Z = 3) = 9/30, P(Z = 4) = 8/30, P(Z = 5) = 5/30.$

Αναλογαν $W = XY$ η W παίρνει τιμές $w = 0, 1, 2, 3, 4, 6$ και $P(W = w) = \sum_t f(X = t, Y = w/t)$. Έτσι $P(W = 0) = 9/30, P(W = 1) = 2/30, P(W = 2) = 6/30, P(W = 3) = 4/30, P(W = 4) = 4/30, P(W = 6) = 5/30.$

Εκδοχή Γ: Δουλεψτε ειτε με την γεννητρια συναρτηση $\Phi_X(t) = \sum_k t^k P(X = k)$ ειτε με την συνελιξη των συναρτησεων πυκνοτητας f_X, f_Y