

Πεπερασμένες ομάδες

Εαρινό 2013

Μ. Λουκάκη

1. Αν H, K γνήσιες υποομάδες της G δείξτε ότι $H \cup K \neq G$.
2. Μία ομάδα έχει ακριβώς 3 υποομάδες αν και μόνο αν είναι κυκλική τάξης p^2 όπου p είναι πρώτος.
3. Αν A, B, K υποομάδες μιας ομάδας G με $A \leq B$. Αν ισχύει $A \cap K = B \cap K$ και $AK = BK$ δείξτε ότι $A = B$.
4. Βρείτε την ομάδα αυτομορφισμών $\text{Aut}(S_3)$ της S_3 καθώς και την Frattini $\Phi(S_3)$ υποομάδα της. Βρείτε επίσης την $\Phi(C_n)$, όπου C_n είναι κυκλική τάξης n .