

## Πεπερασμένες ομάδες

Εαρινό 2013

Μ. Λουκάκη

1. Δώστε παράδειγμα ομάδας  $G$  και υποομάδας  $N$  ώστε  $N$  και  $G/N$  είναι nilpotent ενώ η  $G$  δεν είναι.

2. Έστω  $G$  με  $|G'| = 2$ . Δείξτε ότι  $G$  είναι nilpotent.

Μία από τις εξής 2:

3. Έστω  $\pi$  μια συλλογή πρώτων. Δείξτε ότι  $O_\pi(G)$  περιέχει κάθε subnormal  $\pi$ -υποομάδα της  $G$ . Συμπεράνετε ότι κάθε υποομάδα που παράγεται από δυο  $\pi$ -subnormal υποομάδες της  $G$  είναι επίσης  $\pi$ -υποομάδα. (Υπενθύμιση:  $O_\pi(G)$  είναι η (μοναδική) μεγαλύτερη κανονική  $\pi$ -υποομάδα της  $G$ .)

4. Έστω  $S \leq G$  με  $S$  απλή και υποθέστε ότι  $SH = HS$  για κάθε subnormal υποομάδα  $H$  της  $G$ . Δείξτε ότι  $S \leq N_G(H)$  για κάθε  $H \trianglelefteq G$ .