

Γραμμική Άλγεβρα 1
Εαρινό 2013
Χρ. Κουρουνιώτης-Μ. Λουκάκη

1. Γράψτε το παρακάτω σύστημα στη μορφή $AX = B$ (όπου A είναι ο πίνακας συντελεστών του συστήματος). Στην συνέχεια εφαρμόστε απαλοιφή Gauss στον επαυξημένο $[A|B]$ για να το λύσετε.

$$\begin{aligned}x + y + z &= -2 \\3x + 3y - z &= 6 \\x - y + z &= -1\end{aligned}$$

2. Κάνοντας χρήση της απαλοιφής Gauss, προσδιορίστε τα r, s ώστε το σύστημα

$$\begin{aligned}x + y + z &= r \\x - y &= 0 \\3x + y + sz &= 0\end{aligned}$$

- α) να έχει μοναδική λύση
- β) να έχει άπειρες λύσεις
- γ) να μην έχει καμία λύση.

Στις περιπτώσεις που υπάρχουν λύσεις να περιγραφούν.

3. Βρείτε γραμμικούς συνδυασμούς των διανυσμάτων

$$(3, -1, 2), (1, -1, 4), (2, 0, -1)$$

ώστε

- 1) Η πρώτη συνιστώσα να είναι 2
- 2) Η πρώτη συνιστώσα να είναι 2 και η δεύτερη -2
- 3) Η πρώτη συνιστώσα να είναι 2 και η δεύτερη 2
- 4) Η τρίτη συνιστώσα να είναι 1

Είναι αυτά τα αποτελέσματα μοναδικά;

4. Έστω A, B, C, D τυχαίοι πραγματικοί. Δείξτε ότι υπάρχει πολυώνυμο $f(x)$ βαθμού το πολύ 3 τέτοιο ώστε $f(0) = A, f'(0) = B, f(1) = C, f'(1) = D$.

5. Θεωρούμε τα εξής επίπεδα του R^3 , $x + y + z = 1$, $2x - y + z = 2$ και $x + 2y + z = 1$. Βρείτε την τομή τους στον R^3 . Μπορείτε να αλλάξετε την τρίτη εξίσωση ώστε να πάρετε ένα σύστημα που δεν έχει λύσεις;