

Γραμμική Άλγεβρα 1
Εαρινό 2013
Φυλλάδιο 10
Χρ. Κουρουνιώτης-Μ. Λουκάκη

1. Βρείτε τον πίνακα συμπαράγοντων τον συζυγή και τον αντίστροφο του πίνακα:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. Βρείτε την ορίζουσα του

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

καθώς και του $n \times n$ πίνακα $B = [b_{i,j}]$ όπου $b_{i,j} = i + j$.

3. Χρησιμοποιήστε τον κανόνα Cramer για να λύσετε το σύστημα

$$\begin{aligned} x + 4y - z &= 1 \\ x + y + z &= 0 \\ 2x + 3z &= 0. \end{aligned}$$

4. Αν τα στοιχεία του τετραγωνικού πίνακα A είναι ακέραιοι και $|A| = \pm 1$ δείξτε ότι και τα στοιχεία του A^{-1} είναι ακέραιοι.

5. Εξηγήστε γιατί το σημείο (x, y) περιέχεται στην ευθεία που ορίζουν τα σημεία $(2, 8)$ και $(4, 7)$ όταν

$$\det \begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 4 & 7 & 1 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{ή} \quad x + 2y - 18 = 0.$$