

Γραμμική Άλγεβρα 1
Εαρινό 2013
Φυλλάδιο 11
Χρ. Κουρουνιώτης-Μ. Λουκάκη

1. Βρείτε τις ιδιοτιμές και αντίστοιχους ιδιόχωρους για τους πίνακες:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ και } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Δείξτε ότι ο A παραπάνω μπορεί να διαγωνιοποιηθεί και βρείτε R ώστε $R^{-1}AR = D$ διαγώνιος. Έπειτα υπολογίστε τον A^{60} .

3. Δείξτε ότι οι ιδιοτιμές του ανάστροφου πίνακα A^T είναι ίσες με τις ιδιοτιμές του A .

4. Ποιοί από τους επόμενους πίνακες διαγωνιοποιούνται;

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Αν οι ιδιοτιμές ενός 3 επί 3 πίνακα A είναι οι 1, 2, 4 βρείτε το ίχνος του A^2 και την ορίζουσα του $(A^{-1})^T$.

6. Βρείτε τον πίνακα A του οποίου οι ιδιοτιμές είναι τα 1 και 4 και τα ιδιοδιανύσματα είναι $(3, 1)$ και $(2, 1)$ αντιστοίχως.

7. Σωστό η Λάθος

Αν ο A έχει μοναδικά ιδιοδιανύσματα τα πολ/σια του $(1, 0, 0)$, τότε

- 1) Ο A δεν αντιστρέφεται
- 2) Ο A έχει μια πολλαπλή ιδιοτιμή
- 3) Ο A δεν διαγωνιοποιείται.

8. Σωστό η Λάθος

Αν ο 3 επί 3 πίνακας A έχει ιδιοτιμές τα 1, 1, 2 τότε

- 1) Ο πίνακας αντιστρέφεται
- 2) Ο πίνακας διαγωνιοποιείται
- 3) Ο πίνακας δεν διαγωνιοποιείται.