Γραμμική Άλγεβρα 1
Εαρινό 2013
Φυλλάδιο 12
Χρ. Κουρουνιώτης-Μ. Λουκάκη

1. Βρείτε όλα τα διανύσματα του $\mathbb{R}^3$ που είναι ορθογώνια στα διανύσματα $(1,1,1)$ και $(1,-1,0)$.

2. Βρείτε την προβολή του διανύσματος $(7,4)$ πάνω στον υπόχωρο που παράγεται από το διάνυσμα $(1,2)$.

3.Βρείτε τον πίνακα προβολής που αντιστοιχεί στην προβολή των διανυσμάτων του $\mathbb{R}^2$ πάνω στην ευθεία $3x-2y=0$.

4. Σε κάθε περίπτωση κατασκευάστε έναν πίνακα A με την ζητούμενη ιδιότητα ή εξηγήστε γιατί αυτό είναι αδύνατο.
1) Ο χώρος στηλών περιέχει τα διανύσματα $(1,2,-3)$ και $(2,-3,5)$ και ο μηδενόχωρος περιέχει το $(1,1,1)$.
2) Ο χώρος γραμμών περιέχει τα $(1,2,-3)$ και $(2,-3,5)$ και ο μηδενόχωρος περιέχει το $(1,1,1)$.
3) Η εξίσωση $Ax = \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$ έχει λύση και $A^T \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$.
4) Το άθροισμα των στηλών είναι το διάνυσμα $(0,0,0)$ και το άθροισμα των γραμμών είναι το διάνυσμα $(1,1,1)$.
5. Θεωρούμε τον διανυσματικό υπόχωρο V του $\mathbb{R}^4$ που παράγεται από τα διανύσματα

$$(1,2,0,3),\ (2,1,1,2),\ (1,1,0,1).$$

α) Βρείτε το ορθογώνιο συμπλήρωμα $V^\perp$ του V.
β) Γράψτε το διάνυσμα $x=(-4,15,7,8)$ ως άθροισμα $x=v+w$ όπου $v\in V$ και $w\in V^\perp$.

6. Εφαρμόστε την διαδικασία Gram-Schmidt στα διανύσματα $(1,-1,0),(0,1,-1)$ και $(1,0,-1)$ για να βρείτε ορθοκανονική βάση του επιπέδου $x_1+x_2+x_3=0$. Πόσα μη μηδενικά διανύσματα προκύπτουν από αυτή την διαδικασία;