

Γραμμική Άλγεβρα 1
Εαρινό 2013
Φυλλάδιο 6
Χρ. Κουρουγιώτης-Μ. Λουκάκη

1. Είναι τα διανύσματα $(1, 0, 1, 1)$, $(2, 1, 2, 1)$, $(3, -1, 4, 1)$ γραμμικώς εξαρτημένα;
2. Βρείτε μία βάση για το επίπεδο $x - 2y + 3z = 0$ στον R^3 . Στη συνέχεια βρείτε μία βάση της τομής του παραπάνω επιπέδου με το $x + y + z = 0$. Τέλος βρείτε μια βάση για τον υπόχωρο των διανυσμάτων που είναι κάθετα στο αρχικό επίπεδο.
3. Βρείτε μία βάση για κάθε ένα από τους εξής υπόχωρους του R^4 :
 - 1) Όλα τα διανύσματα των οποίων οι συνιστώσες είναι ίσες.
 - 2) Όλα τα διανύσματα των οποίων οι συνιστώσες έχουν άθροισμα 0.
 - 3) Όλα τα διανύσματα που είναι κάθετα στα $(1, 1, 0, 0)$ και $(1, 0, 1, 1)$.
4. Δίνονται τα διανύσματα $x = (2, 3, 5)$, $y = (1, 1, 2)$ και $v = (a, b, c)$. Βρείτε μια αναγκαία συνθήκη στα a, b, c ώστε να είναι το σύνολο $\{x, y, v\}$ γραμμικά εξαρτημένο. Κατόπιν βρείτε ένα διάνυσμα z ώστε το σύνολο $\{x, y, z\}$ να είναι γραμμικά ανεξάρτητο.
5. Αποδείξτε ότι αν V, W είναι τριδιάστατοι υπόχωροι του \mathbb{R}^5 , τότε V και W πρέπει να έχουν ένα κοινό μη μηδενικό διάνυσμα. (Ξεκινήστε με βάσεις για τους 2 υπόχωρους που συνολικά περιέχουν 6 διανύσματα).
6. Είναι τα ακόλουθα σωστά ή λάθος; Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.
 - 1) Εννέα διανύσματα του \mathbb{R}^7 μπορεί να είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.
 - 2) Εννέα διανύσματα του \mathbb{R}^7 παράγουν τον \mathbb{R}^7 .
 - 3) Εννέα γραμ. ανεξάρτητα διανύσματα του \mathbb{R}^9 αποτελούν βάση του \mathbb{R}^9 .
 - 4) Έστω V ένας διαν. υπόχωρος του \mathbb{R}^7 διάστασης 4. Κάθε βάση του V μπορεί να επεκταθεί σε βάση του \mathbb{R}^7 επισυνάπτοντας 3 ακόμα διανύσματα.
 - 5) Έστω V ένας διαν. υπόχωρος του \mathbb{R}^7 διάστασης 4. Κάθε βάση του \mathbb{R}^7 περιέχει βάση του V που προκύπτει παραλείποντας 3 διανύσματα.