

Γραμμική 3, Χειμερινό 2013

Quiz 6

Για το σπίτι, επιστρέφεται μέχρι 20/12/2013

- Δείξτε, με χρήση του ελάχιστου πολυωνύμου, ότι η γραμμική απεικόνιση $T : \mathcal{P}_n \rightarrow \mathcal{P}_n$ με $T(p(x)) = p'(x)$ δεν είναι διαγωνίσιμη.
- Έστω $T, L \in L(V)$ διαγωνίσιμες γραμμικές συναρτήσεις του δ.χ. V και $n = \dim V$. Δείξτε ότι οι T, L έχουν κοινή βάση ιδιοδιανυσμάτων αν και μόνο αν $T \circ L = L \circ T$.
- Διαβάστε προσεχτικά το θεώρημα πρωταρχικής ανάλυσης. Εκεί η γραμμική απεικόνιση $T \in L(V)$ έχει ελάχιστο πολυώνυμο $m_T(x) = (x - \lambda_1)^{r_1} \cdots (x - \lambda_k)^{r_k}$. Για την ανάλυση του T γράψαμε $W_i = \text{Ker}(T - \lambda_i 1_V)^{r_i}$. Δείξτε ότι $V = W_1 \oplus W_2 \oplus \cdots \oplus W_k$.