Γραμμική ΙΙΙ, Χειμερινό 2013
Φυλλάδιο 1, Ασκήσεις επανάληψης σε διανυσματικούς χώρους.
Μαρία Λουκάκη

Σωστό ή Λάθος

1. Υπάρχουν διανύσματα $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^2$ που παράγουν το πρώτο τεταρτημόριο του $\mathbb{R}^2$.
2. Αν 4 διανύσματα του $\mathbb{R}^4$ παράγουν τον $\mathbb{R}^4$ τότε είναι γραμμικώς ανεξάρτητα.
3. Τα διανύσματα $(0,0,a,2),(0,0,-1,0),(0,b,0,1)$ είναι γραμ. ανεξάρτητα.
4. Αν τα διανύσματα $\{v_1, v_2\}$ είναι γραμμ. ανεξάρτητα και τα $\{v_2, v_3\}$ είναι γραμ. ανεξάρτητα τότε το ίδιο ισχύει και για τα $\{v_1, v_2, v_3\}$.
5. Αν τα διανύσματα $v_1, \cdots, v_k$ παράγουν τον χώρο S τότε $k < dim(S)$.
6. Αν τα διανυσματα $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_k$ είναι γραμμικώς ανεξάρτητα τότε οποιοδήποτε σύνολο από αυτά είναι επίσης γραμ. ανεξάρτητα.
7. Αν τα διανυσματα $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_k$ είναι γραμμικώς εξαρτημένα τότε οποιοδήποτε σύνολο από αυτά τα k είναι επίσης γραμ. εξαρτημένα.
8. Ο υπόχωρος του C που παράγεται από τα $2+i$, $1-i$ είναι όλο το C.
9. Όλοι οι γραμμικοί συνδιασμοί των διανυσμάτων $(1,1,0)$ και $(1,2,1)$ αποτελούν υπόχωρο του $\mathbb{R}^3$ διάστασης 2.
10. Υπάρχει μόνο ένας υπόχωρος του $\mathbb{R}^n$ διάστασης n.
11. 10 διανύσματα στον $\mathbb{R}^7$ παράγουν πάντα τον $\mathbb{R}^7$.
12. Το υποσύνολο του $\mathbb{R}^n$ που αποτελείται από όλα τα διανύσματα $(x+y, 2x+1, y, 0, \cdots, 0)$, $x, y \in \mathbb{R}$ είναι υπόχωρος του $\mathbb{R}^n$.
13. Αν $v \in \mathbb{R}^2$ και $\mathbb{R}^2 =< v_1, v_2, v_3 >$ τότε το v γράφεται σαν γραμ. συνδ. 2 διανυσμάτων από τα v_1, v_2, v_3.
14. Ένας πίνακας 5 επί 7 δεν έχει ποτέ γραμ. ανεξάρτητες στήλες.

15. $(A+B)^T = A^T + B^T$ και $(AB)^T = B^T A^T$ όπου A, B είναι $n \times n$ πίνακες.

16. Σε δ.χ. με εσωτερικό γινόμενο, ορθογώνια διανύσματα είναι πάντα γραμ. ανεξάρτητα.

17. Το σύνολο $A = \{p(x) : p(0) = p(1) = 0\}$ είναι υπόχωρος του $\mathbb{R}[x]$. (Αν είναι υπόχωρος έχει πεπερασμένη διάσταση ;)

18. Η τομή δύο διαφορετικών υποχώρων του $\mathbb{R}^5$ διάστασης 4 έχει διάσταση 3.

19. Αν A, B είναι υπόχωροι του V και $A =< v_1, v_2 >$, $B =< u >$ τότε $A + B =< v_1 + u, v_2 + u >$.

20. Αν A, B υπόχωροι του $\mathbb{R}^3$ ώστε $dimA = 2$ και $B =< b >$ με $b \notin A$ τότε $\mathbb{R}^3 = A \oplus B$.

21. Αν A υπόχωρος διάστασης 2 του $\mathbb{R}^3$ και B, C υπόχωροι τέτοιοι ώστε $\mathbb{R}^3 = A \oplus B = A \oplus C$ τότε $B = C$.