

Θεμέλια των Μαθηματικών  
Χειμερινό 2016,  
Θ. Γαρεφαλάκης, Μ. Λουκάκη  
Φυλλάδιο 1

- Δείτε τις ασκήσεις του πρώτου quiz.
- Εξετάστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος. Δώστε απόδειξη αν είναι σωστές ή αντιπαράδειγμα αν είναι λάθος.
  - 1) Αν  $A, B, C$  είναι σύνολα με  $A \in B$  και  $B \subseteq C$  τότε  $A \in C$ .
  - 2) Αν  $A, B, C$  είναι σύνολα με  $A \in B$  και  $B \subseteq C$  τότε  $A \subseteq C$ .
  - 3) Αν  $A, B, C$  είναι σύνολα με  $A \subseteq B$  και  $B \in C$  τότε  $A \subseteq C$ .
  - 4) Αν  $A, B, C$  είναι σύνολα με  $A \in B$  και  $B \in C$  τότε  $A \in C$ .
- Σχεδιάστε τα διαγράμματα Venn στις ακόλουθες περιπτώσεις:
  - 1) Έχουμε δύο σύνολα  $A, B$  με  $(A \cup B) \subseteq B$  και  $B \not\subseteq A$ .
  - 2) Έχουμε τρία σύνολα  $A, B, C$  με  $A \cap B \cap C = \emptyset$ ,  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $A \cap C \neq \emptyset$  και  $B \cap C \neq \emptyset$ .
- Υπολογίστε  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$  και  $B \setminus A$  αν:
  - 1)  $A = [2, 4]$  και  $B = (1, 3]$ . Αν  $C = [0, 5)$  βρείτε επίσης το  $(A \cap C) \cup B$
  - 2)  $A = \{a, f, X\}$  και  $B = \{1, f, \emptyset, \{a\}\}$ .
- Αποδείξτε τις παρακάτω ισότητες αναφέροντας σε κάθε βήμα ποιες ταυτότητες από θ. Συνόλων χρησιμοποιείτε. Τα σύνολα  $A, B$  θεωρούνται υποσύνολα του χώρου  $\Omega$ .

$$B \cup (\emptyset \cap A) = B$$

$$(A^c \cap \Omega)^c = A$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A$$

$$(A \cap B) \cup (A \cup B^c)^c = B$$

$$((A^c \cup B) \cap (A^c \cup B^c))^c = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

- Αν

$$G = \{n \in \mathbb{Z} \mid n = 2m \text{ για κάποιο } m \in \mathbb{Z}\}$$

$$H = \{n \in \mathbb{Z} \mid n = 3m \text{ για κάποιο } m \in \mathbb{Z}\}$$

$$I = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 \text{ περιττός}\}$$

$$J = \{n \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq n \leq 10\}$$

Βρείτε τα σύνολα  $G \cup I$ ,  $G \cap I$ ,  $G \cap H$ ,  $J \setminus G$ ,  $I \setminus H$ ,  $J \cap (G \setminus H)$ .