

Θεμέλια των Μαθηματικών
Χειμερινό 2016, Θ. Γαρεφαλάκης, Μ. Λουκάκη
Φυλλάδιο 11

1. Με πόσους τρόπους μπορώ να μοιράσω 10 διαφορετικά βιβλία σε 5 φοιτητές ώστε ο καθένας να πάρει 2;
2. Θέλουμε να μοιράσουμε 10 πορτοκάλια και 8 μήλα σε 4 παιδιά. Με πόσους τρόπους μπορούμε να το κάνουμε εάν:
 1. Δεν έχουμε κανένα περιορισμό
 2. Εάν κάθε παιδί πρέπει να πάρει τουλάχιστον ένα πορτοκάλι.
3. Με πόσους τρόπους μπορώ να επιλέξω 13 χαρτιά από μία τράπουλα αν θέλω τουλάχιστον ένα σπαθί; Αν θέλω τουλάχιστον 3 άσους; Αν θέλω ακριβώς 4 σπαθιά και 5 κούπες;
4. Πόσα υποσύνολα του $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ περιέχουν ακριβώς k περιττούς ακεραίους;
5. Με πόσους τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 52 χαρτιά της τράπουλας στην σειράς. Σε πόσους οι 4 άσοι βρίσκονται σε διαδοχικές θέσεις; Σε πόσους τα 5 πρώτα χαρτιά έχουν ίδιο χρώμα;
6. Με πόσους τρόπους μπορούμε να διατάξουμε τα ψηφία 1, 2, ..., 9 ώστε ανάμεσα στο 1 και στο 2 να υπάρχουν ακριβώς 3 ψηφία;
7. Με πόσους τρόπους μπορούμε να διατάξουμε τα ψηφία 1, 2, ..., 9 ώστε το 1 να είναι πριν το 2 και το 2 πριν το 3;
8. Πόσους διαιρέτες έχει ο αριθμός 5^3 ; Ο αριθμός $5^3 \cdot 7^4$;

Όσοι ενδιαφέρονται ας δουν και τις:

- 1) Δείξτε ότι $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$. (Βρείτε συνδυαστικό επιχειρήμα).
- 2) Δείξτε ότι $\sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k} = \sum_{k=n+1}^{2n+1} \binom{2n+1}{k} = 2^{2n}$. (Βρείτε συνδυαστικό επιχειρήμα)