

Παράδοση 13/3

1. Δείξτε ότι μια ομάδα τάξης 56 δεν είναι απλή.
2. Δείξτε ότι μια ομάδα τάξης $2^4 \cdot 5^6$ δεν είναι απλή.
3. Έστω μια p -ομάδα P τάξης p^n . Δείξτε ότι περιέχει κανονική υποομάδα τάξης p^r για κάθε $r = 0, 1, \dots, n$.
4. Αν M, N κανονικές nilpotent υποομάδες μιας ομάδας G , δείξτε ότι και η MN είναι nilpotent.
5. 1) Βρείτε μια normal series της S_4 .
2) Βρείτε την σειρά μεταθετών (commutator series) της S_4 .
3) Είναι η S_4 nilpotent; Είναι solvable;
6. Δώστε παράδειγμα ομάδας που δεν έχει composition series.
7. Δώστε μία composition series για την $G = Z_8 \times Z_{25} \times Z_2$. Ποια είναι τα composition factors της G .
8. Βρείτε όλες τις composition series για
1) την A_4
2) την $S_3 \times Z_2$
9. Δείξτε ότι κάθε ομάδα τάξης 135 είναι nilpotent
10. Κάθε ομάδα τάξης p^2q , με p, q διαφορετικούς πρώτους, είναι solvable.
11. Έστω F σώμα και $H(F)$ η Heisenberg ομάδα πάνω από το F . Είναι nilpotent; Είναι solvable;
12. Έστω G πεπερασμένη nilpotent. Δείξτε ότι κάθε ελάχιστη κανονική υποομάδα της G περιέχεται στο $Z(G)$ και έχει τάξη p .