Γραμμική Άλγεβρα 1
Τεστ 2
9/3/11

Λύσεις

Ονοματεπώνυμο, ΑΜ:

1. Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} a & b & 2 \\ a & 2b-1 & 3 \\ a & b & b+3 \end{bmatrix}.$$

1) Προσδιορίστε τα a, b ώστε ο πίνακας A να είναι αντιστρέψιμος.
2) Για τα ζεύγη $a = 0, b = 2$ και $a = 1, b = 0$ βρείτε τον αντίστροφο όπου υπάρχει.

1). $\begin{bmatrix} a & b & 2 \\ a & 2b-1 & 3 \\ a & b & b+3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} a & b & 2 \\ 0 & b-1 & 1 \\ 0 & 0 & b+1 \end{bmatrix}$ άρα ο A έχει αντίστροφο αν και μόνο αν $\boxed{a \neq 0,\ b \neq 1,\ b \neq -1}$.

2). Από το 1) ο A δεν αντιστρέφεται αν $a = 0$.
άρα για $a = 0, b = 2$ δεν υπάρχει αντίστροφος.
Για $a = 1$, $b = 0$ ο πίνακας είναι ο $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

και για να βρούμε αντίστροφο:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \text{άρα } A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$