Γραμμική Αλγεβρα 1
Τεστ 3
23/3/11

Λύσεις

Ονοματεπώνυμο, ΑΜ:

1. Ποια από τα επόμενα υποσύνολα του R^3 είναι πράγματι υπόχωροι;

2μον. 1) $V_1 = \{(a, b, a+3), a, b \in R\}$.

2μον. 2) $V_2 = \{(x, y, z) \in R^3$ με $x + 2y + 3z = 0\}$.

2. Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1μον. 1) Να βρεθούν οι συνθήκες που πρέπει να πληρεί το $b = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ ώστε το σύστημα $Ax = b$ να έχει λύση εαν $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$.

1μον. 2) Ποιά είναι η τάξη του A;

2μον. 3) Βρείτε τις λύσεις του αντίστοιχου ομογενούς συστήματος $Ax = 0$.

2μον. 4) Βρείτε την γενική λύση του $Ax = b$ όταν $b_1 = 2, b_2 = 3, b_3 = 0, b_4 = 0$.

1) 1) Όχι αφού $(0,0,0) \notin V_1$

2) Ναι, είναι ο μηδενόχωρος του $[1 \;\; 2 \;\; 3]$.

2) 1) Πρέπει και αρκεί $b_3 = b_4 = 0$ γιατί $\left[\begin{array}{cccc|c} \boxed{1} & 0 & 1 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_4 \end{array}\right]$ είναι η ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του $[A|b]$

Βασικές

ελεύθερες

2) Η τάξη του είναι 2.

3) $x_1 + x_3 = 0$
$x_4 = 0$
άρα γενική λύση του ομογενούς η $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

x_2, x_3 ελεύθερες

4) Για το $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ έχουμε $x_1 + x_3 = 2$, $x_4 = 3$ ελεύθερες x_2, x_3

Θέτουμε τις ελεύθερες $= 0$ και λαμβάνουμε την ειδική λύση: $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ άρα

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}_{\text{γενική}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}_{\text{λύση ομογ.}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$