

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$f(x, y) = \sqrt{(y - x^2 - 1)(2 - y)} + \sqrt{y}$$

και να περιγραφεί γεωμετρικά.

2. Αν $f(x, y) = x^3 + y^3$ και r, θ είναι οι συνήθεις πολικές συντεταγμένες να βρεθούν οι μερικές παράγωγοι f_r και f_θ αφού γίνει πρώτα το βοηθητικό διάγραμμα εξαρτήσεων.

3. Να βρεθεί το ολικό μέγιστο και το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης

$$f(x, y) = x^2 - x + 2y^2$$

στο χωρίο $x^2 + y^2 \leq 1$.

4. Βρείτε τα σημεία της έλλειψης $x^2 + 2y^2 - 1 = 0$ που μεγιστοποιούν και ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση $g(x, y) = xy$.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 60 λεπτά. Όλες οι σημειώσεις και βιβλία πρέπει να είναι κλειστά.

Καλή επιτυχία.

Μιχάλης Κολουντζάκης