Παραδώστε τις λύσεις μέχρι την 27/4/2020. Δείτε οδηγίες παράδοσης στην ιστοσελίδα του μαθήματος.

1. Αν $f \in C^1(\mathbb{T})$ δείξτε ότι $\sum_{n\in\mathbb{Z}} \left|\widehat{f}(n)\right| < \infty$ (και άρα ότι η σειρά Fourier της f συγκλίνει ομοιόμορφα στην f).

$\sum_{n\neq 0} \left|\widehat{f}(n)\right| = \sum_{n\neq 0} \frac{1}{|n|}\left|in\widehat{f}(n)\right|$.

2. Υπολογίστε, ως συνάρτηση του $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$, ένα τύπο για τη σειρά

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(n+\alpha)^2}.$$

Έστω $f(x) = \frac{\pi}{\sin(\pi\alpha)} e^{i(\pi-x)\alpha}$. Δείξτε ότι $\widehat{f}(n) = \frac{1}{n+\alpha}$ $(n \in \mathbb{Z})$ και χρησιμοποιήστε τον τύπο του Parseval.

3. Αν $f(x) = x$, για $x \in [0, 2\pi]$, υπολογίστε τους συντελεστές Fourier της f και χρησιμοποιήστε την ταυτότητα Parseval για να υπολογίσετε το άθροισμα $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.