

**ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι**  
**ΟΛΟΗΜΕΡΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ**

**Φυλλάδιο ασκήσεων 11.**

**Άσκηση 1:** Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τη σειρά

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n}.$$

**Άσκηση 2:** Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές και υπολογίστε τα αθροίσματά τους (αν υπάρχουν).

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n-1} + 3^{n+1}}{6^n}.$$

**Άσκηση 3:** Εφαρμόστε το ολοκληρωτικό κριτήριο στις παρακάτω σειρές.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^2 + 1}, \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \log n}, \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(\log n)^2}.$$

**Άσκηση 4:** Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές εφαρμόζοντας το κριτήριο σύγκρισης.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \log \left(1 + \frac{1}{n^2}\right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n}.$$

**Άσκηση 5:** Εφαρμόστε το κριτήριο λόγου στις παρακάτω σειρές.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}.$$

**Άσκηση 6:** Εφαρμόστε το κριτήριο ρίζας στις παρακάτω σειρές.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3n-1}{2n+1}\right)^{2n-1}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}.$$

**Άσκηση 7:** Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση και την απόλυτη σύγκλιση τις παρακάτω σειρές.

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \log n}, \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(\log n)^2}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{1}{n}.$$

**Άσκηση 8:** Βρείτε τα διαστήματα σύγκλισης των παρακάτω δυναμοσειρών.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{\sqrt{n^3+1}} x^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} n! x^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n} x^n.$$

**Άσκηση 9:** Χρησιμοποιήστε γνωστές σειρές Taylor για να βρείτε συνοπτικούς τύπους για τις παρακάτω δυναμοσειρές.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (1 - (-2)^n) x^n, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n-1} x^{2n-1}, \quad 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^{2n},$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n-1}{n!} x^n, \quad 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\log a)^n}{n!} x^n.$$