

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι
ΟΛΟΗΜΕΡΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Φυλλάδιο ασκήσεων 2.

Άσκηση 1: Ποιες από τις ακολουθίες $((-3)^n)$, $((-1)^n n - n)$, $(\frac{2^n}{n!})$ είναι άνω φραγμένες; κάτω φραγμένες; φραγμένες;

Άσκηση 2: Υπολογίστε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια ακολουθιών.

$$\lim(-n^3 + 7n^2 - 2n + 1), \quad \lim\left(\frac{3n^4 - 2n^2 + 1}{1 + n - 2n^2}\right)^8, \quad \lim\left(\frac{n^3 + 2n + 2}{-2n^3 + 1}\right)^{13},$$
$$\lim\left(\frac{n^2}{n+1} - \frac{2n^3}{2n^2+3}\right), \quad \lim\frac{1 + n^{\frac{3}{2}} - n}{\sqrt{n}(n+2)}, \quad \lim\left(\sqrt{4n^2 + n + 1} - 2n\right)$$
$$\lim\left(n^{\frac{3}{2}}(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})\right), \quad \lim(1 - 2 + 2^2 - \dots + (-1)^n 2^n).$$

Άσκηση 3: Βρείτε το $\lim x_n$ στις παρακάτω περιπτώσεις.

(i) $\frac{2n-1}{n} \leq x_n < \frac{2n^2+n+3}{n^2+2}$ για κάθε n .

(ii) $x_n < 7 + 8n - n^2$ για κάθε n .

Άσκηση 4: Υπολογίστε τα παρακάτω όρια.

$$\lim\left(\frac{\sin n + \sqrt{n} \cos \sqrt{n}}{n}\right), \quad \lim\left(\frac{3}{2} + \frac{(-1)^n}{4}\right)^n,$$
$$\lim\left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n-1} + \frac{n}{n^2+n}\right).$$

Άσκηση 5: Βρείτε ακολουθία (a_n) ώστε όλοι οι όροι της (a_n) να περιέχονται στο διάστημα $(-1, 2]$ και το $\lim a_n$ να μην περιέχεται στο $(-1, 2]$.

Άσκηση 6: Έστω ακολουθία (x_n) με αναδρομικό τύπο $x_{n+1} = \sqrt{2x_n + 1}$. Μελετήστε την ως προς το όριο ανάλογα με το αν $x_1 = 1$ ή $x_1 = 3$.

Άσκηση 7: Βρείτε τα όρια:

$$\lim\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}, \quad \lim\left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^n, \quad \lim\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n.$$