ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

ΟΛΟΗΜΕΡΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Φυλλάδιο ασκήσεων 3.

Άσκηση 1: Αποδείξτε με τον ορισμό ότι:

1. $\lim_{x\to 2} \frac{1}{(x-2)^2} = +\infty$,
2. $\lim_{x\to -\infty} x^3 = -\infty$,
3. $\lim_{x\to 1} \ln(x+1) = \ln 2$,
4. $\lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{2}{3}$.

Άσκηση 2: Υπολογίστε με τον ορισμό τα πλευρικά όρια στο 1 των παρακάτω συναρτήσεων και εξετάστε αν υπάρχουν τα όρια καθώς $x \to 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{αν } x > 1, \\ \frac{x}{x-1}, & \text{αν } x < 1. \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{αν } x > 1, \\ 1-2x, & \text{αν } x < 1. \end{cases}$$

Άσκηση 3: Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι ισοδύναμες με το ότι το όριο τής $f(x)$ καθώς το x τείνει στο ξ είναι ℓ; Αιτιολογήστε πλήρως τίς απαντήσεις σας.

1. Για κάθε $0 < \varepsilon < 1$ υπάρχει $\delta > 0$ τέτοιο ώστε για κάθε x στο πεδίο ορισμού τής f, αν $0 < |x-\xi| < \delta$ τότε $|f(x)-\ell| < \varepsilon$.
2. Για κάθε $\varepsilon > 1$ υπάρχει $\delta > 0$ τέτοιο ώστε για κάθε x στο πεδίο ορισμού τής f, αν $0 < |x-\xi| < \delta$ τότε $|f(x)-\ell| < \varepsilon$.
3. Για κάθε $\varepsilon > 0$ υπάρχει $0 < \delta < 1$ τέτοιο ώστε για κάθε x στο πεδίο ορισμού τής f, αν $0 < |x-\xi| < \delta$ τότε $|f(x)-\ell| < \varepsilon$.