ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

ΟΛΟΗΜΕΡΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Φυλλάδιο ασκήσεων 4.

Άσκηση 1: Υπολογίστε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια. Αν χρειάζεται, υπολογίστε τα αντίστοιχα πλευρικά όρια.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x+2}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}\,, \quad \lim_{x\to 1} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^3-x^2-x+1}\,,$$

$$\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{1-2x+x^3}{-2x^2+x+1}\right)^5, \quad \lim_{x\to +\infty} \frac{x^{\frac{7}{4}}-x^{\frac{1}{3}}}{x^2+3x^{\frac{15}{8}}}\,, \quad \lim_{x\to +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})\,,$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{1}{x^\alpha-1}\,, \quad \lim_{x\to 0} \frac{1}{e^x-1}\,, \quad \lim_{x\to 0} \frac{\tan(3x)}{x^2-x}\,, \quad \lim_{x\to \pi} \frac{\sin x}{(x-\pi)^2}\,, \quad \lim_{x\to 0} \sqrt{x}\sin\frac{1}{x}\,,$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{x}+3)^5}{(\sqrt{x}+3)^4+(\sqrt{x}+3)^8+2}\,, \quad \lim_{x\to 0} \frac{\log(2x)}{(\log(3x))^2}\,, \quad \lim_{x\to 0} \frac{e^{\frac{2}{x}}-e^{\frac{1}{x}}-1}{2e^{\frac{2}{x}}-e^{\frac{1}{x}}-2}\,,$$

$$\lim_{x\to 0} \left[\frac{1}{x}\right], \quad \lim_{x\to +\infty} \left[\frac{1}{x}\right], \quad \lim_{x\to -\infty} \left[\frac{1}{x}\right], \quad \lim_{x\to +\infty} \frac{[x^4]}{x^3+x^2}\,.$$

Άσκηση 2: Υπολογίστε τα παρακάτω όρια.

1. $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, αν $\frac{x^2}{x+1} \leq f(x)$ για κάθε $x > 1$.
2. $\lim_{x\to 0} f(x)$, αν $\frac{x}{f(x)} > 1$ για κάθε x στο $(-1,0)\cup(0,1)$.
3. $\lim_{x\to 0} x[\frac{1}{x}]$, $\lim_{x\to+\infty} x[\frac{1}{x}]$, $\lim_{x\to-\infty} x[\frac{1}{x}]$.

Άσκηση 3: Χρησιμοποιώντας κατάλληλες ακολουθίες, αποδείξτε ότι δεν υπάρχουν τα παρακάτω όρια.

$$\lim_{x\to+\infty}(x-[x]), \quad \lim_{x\to+\infty}(-1)^{[x]}\,, \quad \lim_{x\to 0+} \frac{1}{x}\sin\frac{1}{x}\,.$$