ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1
Χειμερινό εξάμηνο 2010-11. Α΄ Πρόοδος, 24-10-10.

Το διαγώνισμα διαρκεί μιάμιση ώρα. Λύστε και τα επτά θέματα. Σε κάθε θέμα παρουσιάζονται τρεις απαντήσεις: ακριβώς μια από αυτές είναι η σωστή. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση. Σωστή απάντηση: 2 μονάδες. Καμιά απάντηση: 0 μονάδες. Λάθος απάντηση: -1 μονάδες.

Ονοματεπώνυμο:
Αριθμός μητρώου:

Θέμα	1	2	3	4	5	6	7
Απάντηση							

S/N: 1

Θέμα 1. Αν $\lim x_n = -3$, τότε

(1) υπάρχει $\epsilon > 0$ και n_0 ώστε $-3 - 2\epsilon < x_n < -3$ για κάθε $n \geq n_0$.
(2) για κάθε $\epsilon > 0$ άπειροι όροι της (x_n) βρίσκονται στο διάστημα $(-3 - \epsilon, -3)$.
(3) για κάθε $\epsilon > 0$ άπειροι όροι της (x_n) βρίσκονται στο διάστημα $(-3 - 7\epsilon, -3 + 7\epsilon)$.

Θέμα 2. Έστω μη αρνητική συνάρτηση $y = f(x)$ με $\frac{\ln x+1}{\ln x+2} \leq f(x) < \frac{e^x}{e^x-1}$ για κάθε $x > 2$. Τότε το $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ είναι

(1) $+\infty$.
(2) 1.
(3) 0.

Θέμα 3. Έστω $x_1 = 0$ και $x_{n+1} = x_n - 1$ $(n \geq 1)$. Τότε το $\lim x_n$

(1) δεν υπάρχει.
(2) είναι $-\infty$.
(3) -5.

Θέμα 4. Ο μέγιστος $\delta > 0$ για να ισχύει $|(2x + 1) - 5| < 10^{-2}$ για κάθε x με $0 < |x - 2| < \delta$ είναι ο

(1) $\frac{1}{4}10^{-3}$
(2) $\frac{1}{2}10^{-3}$
(3) 10^{-3}

Θέμα 5. Έστω $y = f(x)$ ορισμένη στο $\mathbf{R}$. Είναι $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 4$ αν και μόνο αν

(1) για κάθε $\epsilon > 0$ και κάθε $N > 0$ υπάρχει x με $x > N$ ώστε να ισχύει $|f(x) - 4| < \epsilon$.
(2) υπάρχει $N > 0$ ώστε για κάθε $\epsilon > 0$ να υπάρχει x με $x > N$ ώστε να ισχύει $|f(x) - 4| < \epsilon$.
(3) για κάθε $\epsilon > 0$ υπάρχει $N > 0$ ώστε για κάθε x με $x > N$ να συνεπάγεται $4-\epsilon < f(x) < 4+\epsilon$.

Θέμα 6. Η $y = \frac{x^2+x+1}{(x-1)^2}$ είναι

(1) φραγμένη κοντά στο $+\infty$.
(2) φραγμένη κοντά στο 1.
(3) άνω φραγμένη κοντά στο 1.

Θέμα 7. Ο ελάχιστος φυσικός n_0 ώστε να ισχύει $\left|\frac{2n}{2n-1} - 1\right| < 10^{-3}$ για κάθε φυσικό $n \geq n_0$ είναι ο

(1) 502
(2) 501
(3) 500