

Απειροστικός Λογισμός II, εαρινό εξάμηνο 2016-17.

Τέταρτο φυλλάδιο ασκήσεων.

1. Βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων. Επίσης, για καθεμία από αυτές περιγράψτε γεωμετρικά την επιφάνεια/γράφημά της, τις ισοσταθμικές καμπύλες της και τις τομές της με τα επίπεδα που είναι παράλληλα στο yz -επίπεδο και στο xz -επίπεδο.

- i. $f(x, y) = x - y + 2$.
- ii. $f(x, y) = x^2 + 2y^2$.
- iii. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$.
- iv. $f(x, y) = x^2 - 4y^2$.
- v. $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$.
- vi. $f(x, y) = xy$.
- vii. $f(x, y) = x/y$.
- viii. $f(x, y) = 1/(x^2 + y^2)$.
- ix. $f(x, y) = x^3 - y$.
- x. $f(x, y) = y - 2 \log x$.
- xi. $f(x, y) = x^2 + xy$.
- xii. $f(x, y) = |y|$.
- xiii. $f(x, y) = |x| + |y|$.
- xiv. $f(x, y) = \max\{|x|, |y|\}$.
- xv. $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$.
- xvi. $f(x, y) = \log(x/y)$.

2. Βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων. Επίσης, για καθεμία από αυτές περιγράψτε γεωμετρικά τις ισοσταθμικές επιφάνειές της.

- i. $f(x, y, z) = x - y + 3z$.
- ii. $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 4z^2$.
- iii. $f(x, y, z) = 3 - x^2 - y^2 - z^2$.
- iv. $f(x, y, z) = x^2 + y^2$.
- v. $f(x, y, z) = 1/(x^2 + y^2 + z^2)$.
- vi. $f(x, y, z) = 1/(x^2 + y^2)$.
- vii. $f(x, y, z) = |x| + |y| + |z|$.
- viii. $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
- ix. $f(x, y, z) = 1 - x^2 - y^2$.
- x. $f(x, y, z) = 1/(xyz)$.
- xi. $f(x, y, z) = \max\{|x|, |y|, |z|\}$.

3. Βρείτε τα εσωτερικά και τα συνοριακά σημεία των παρακάτω συνόλων A και πείτε αν τα σύνολα αυτά είναι ανοικτά ή κλειστά ή ούτε ανοικτά ούτε κλειστά.

- i. $A = \{(x, y) \mid 3x + 2y > 1\}$.
- ii. $A = \{(x, y) \mid 3x + 2y \geq 1\}$.
- iii. $A = \{(x, y) \mid -1 < x < 1, -1 < y < 1\}$.

- iv. $A = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$.
- v. $A = \{(x, y) \mid -1 < x < 1, -1 \leq y \leq 1\}$.
- vi. $A = \{(x, y) \mid 2 < x^2 + y^2 < 4\}$.
- vii. $A = \{(x, y) \mid 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.
- viii. $A = \{(x, y) \mid 2 < x^2 + y^2 \leq 4\}$.
- ix. $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 > 0\}$.
- x. $A = \{(x, y) \mid xy > 0\}$.
- xi. $A = \{(x, y, z) \mid x + 2y + z < 1\}$.
- xii. $A = \{(x, y, z) \mid x + 2y + z \leq 1\}$.
- xiii. $A = \{(x, y, z) \mid -1 < x < 1, -1 < y < 1, -1 < z < 1\}$.
- xiv. $A = \{(x, y, z) \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 1\}$.
- xv. $A = \{(x, y, z) \mid 2 < x^2 + y^2 + z^2 < 4\}$.
- xvi. $A = \{(x, y, z) \mid 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.
- xvii. $A = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 > 0\}$.
- xviii. $A = \{(x, y, z) \mid xyz > 0\}$.