

1. Τα σημεία ακροτάτου της συνάρτησης  $x + 2y + 2z$  υπό την συνθήκη  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  είναι τα  $\pm(1/3, 2/3, 2/3)$ .

[ $\pm(0, 0, 1), \pm(0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}), \pm(0, 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ .]

1. Τα σημεία ακροτάτου της συνάρτησης  $-2x + y + 2z$  υπό την συνθήκη  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  είναι τα

$\pm(2/3, -1/3, -2/3)$ .

[ $\pm(0, 0, 1), \pm(1/\sqrt{2}, 0, -1/\sqrt{2}), \pm(1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$ .]

1. Τα σημεία ακροτάτου της συνάρτησης  $-x + 2y - 2z$  υπό την συνθήκη  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  είναι τα

$\pm(1/3, -2/3, 2/3)$ .

[ $\pm(0, 1, 0), \pm(0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}), \pm(0, 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ .]

1. Τα σημεία ακροτάτου της συνάρτησης  $2x - 2y + z$  υπό την συνθήκη  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  είναι τα  $\pm(2/3, -2/3, 1/3)$ .

[ $\pm(1, 0, 0), \pm(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0), \pm(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0)$ .]

2. Τί είναι το  $(0, 0)$  για την συνάρτηση  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 4xy + x^3 + xy^2$ ;  
Σαγματικό σημείο.  
[Σημείο γνήσιου τοπικού μεγίστου, σημείο γνήσιου τοπικού ελαχίστου, κανένα από τα υπόλοιπα.]
2. Τί είναι το  $(0, 0)$  για την συνάρτηση  $f(x, y) = 2x^2 - xy + 4y^2 - 3x^3 + y^3$ ;  
Σημείο γνήσιου τοπικού ελαχίστου.  
[Σημείο γνήσιου τοπικού μεγίστου, σαγματικό σημείο, κανένα από τα υπόλοιπα.]
2. Τί είναι το  $(0, 0)$  για την συνάρτηση  $f(x, y) = -x^2 + xy - 2y^2 + x^4 + xy^2$ ;  
Σημείο γνήσιου τοπικού μεγίστου.  
[Σαγματικό σημείο, σημείο γνήσιου τοπικού ελαχίστου, κανένα από τα υπόλοιπα.]
2. Τί είναι το  $(0, 0)$  για την συνάρτηση  $f(x, y) = x^2 + 4xy - y^2 + xy^2 - 3y^3$ ;  
Σαγματικό σημείο.  
[Σημείο γνήσιου τοπικού μεγίστου, σημείο γνήσιου τοπικού ελαχίστου, κανένα από τα υπόλοιπα.]

3. Ποιά σχέση πρέπει να ικανοποιούν οι σταθερές  $a, b$  ώστε το θεώρημα πεπλεγμένης συνάρτησης να εξασφαλίζει ότι το σύστημα δύο εξισώσεων

$$axu^2 + by^2uv = a + b \quad bxuv + axyv^2 = a + b$$

μπορεί να λυθεί ως προς τα  $u, v$  ως συναρτήσεις  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  με συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης σε κάποια περιοχή του  $(1, 1)$  και με  $u(1, 1) = 1, v(1, 1) = 1$ ;

$a(a + b) \neq 0$ .

[ $a + b \neq 0, a \neq 0, a \neq \pm b$ .]

3. Ποιά σχέση πρέπει να ικανοποιούν οι σταθερές  $a, b$  ώστε το θεώρημα πεπλεγμένης συνάρτησης να εξασφαλίζει ότι το σύστημα δύο εξισώσεων

$$axyu - buv^2 = -b \quad bxu^2v + ayv^2 = -b$$

μπορεί να λυθεί ως προς τα  $u, v$  ως συναρτήσεις  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  με συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης σε κάποια περιοχή του  $(1, 0)$  και με  $u(1, 0) = 1, v(1, 0) = -1$ ;

$b \neq 0$ .

[ $a \neq 0, a + b \neq 0, a^2 + b^2 \neq 0$ .]

3. Ποιά σχέση πρέπει να ικανοποιούν οι σταθερές  $a, b$  ώστε το θεώρημα πεπλεγμένης συνάρτησης να εξασφαλίζει ότι το σύστημα δύο εξισώσεων

$$axyv^2 - bx^2uv = -a \quad bx^2uv - axv^2 = -a$$

μπορεί να λυθεί ως προς τα  $u, v$  ως συναρτήσεις  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  με συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης σε κάποια περιοχή του  $(1, -1)$  και με  $u(1, -1) = 0, v(1, -1) = 1$ ;

$ab \neq 0$ .

[ $a^2 + b^2 \neq 0, a \neq b, a \neq -b$ .]

3. Ποιά σχέση πρέπει να ικανοποιούν οι σταθερές  $a, b$  ώστε το θεώρημα πεπλεγμένης συνάρτησης να εξασφαλίζει ότι το σύστημα δύο εξισώσεων

$$axu^2 + byv^2 = a + b \quad bxu^3 + ayv^3 = b - a$$

μπορεί να λυθεί ως προς τα  $u, v$  ως συναρτήσεις  $u = u(x, y), v = v(x, y)$  με συνεχείς μερικές παραγώγους πρώτης τάξης σε κάποια περιοχή του  $(1, 1)$  και με  $u(1, 1) = 1, v(1, 1) = -1$ ;

$a^2 + b^2 \neq 0$ .

[ $a \neq 1, a \neq -1, a^2 + b^2 \neq 1$ .]

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3x^2 - y^2 \geq 3, x > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται στα δεξιά μιας υπερβολής στο δεξιό  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(0, 4)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3y^2 - x^2 \geq 3, y > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται πάνω από μια υπερβολή στο άνω  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(4, 0)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3x^2 - y^2 \geq 12, x > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται στα δεξιά μιας υπερβολής στο δεξιό  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(0, 8)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3y^2 - x^2 \geq 12, y > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται πάνω από μια υπερβολή στο άνω  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(8, 0)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3x^2 - y^2 \geq 3, x > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται στα δεξιά μιας υπερβολής στο δεξιό  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(0, -4)$  και βρείτε το.



## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3y^2 - x^2 \geq 3, y > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται πάνω από μια υπερβολή στο άνω  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(-4, 0)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $3x^2 - y^2 \geq 12, x > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται στα δεξιά μιας υπερβολής στο δεξιό  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(0, -8)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $4x^2 - y^2 \geq 20, x > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται στα δεξιά μιας υπερβολής στο δεξιό  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(0, 5)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $4y^2 - x^2 \geq 20, y > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται πάνω από μια υπερβολή στο άνω  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(5, 0)$  και βρείτε το.

## ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

Τελικό διαγώνισμα, 16/6/2017.

### Θέμα ανάπτυξης.

Η απόδειξή σας πρέπει να είναι σύντομη και σαφής.

Αριθμός μητρώου:                      Ονοματεπώνυμο:

**Θέμα.** Θεωρήστε το σύνολο  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  που περιγράφεται από τις  $4x^2 - y^2 \geq 20, x > 0$ . Το σύνολο  $A$  βρίσκεται στα δεξιά μιας υπερβολής στο δεξιό  $xy$ -ημιεπίπεδο (και περιέχει και την υπερβολή). Αποδείξτε ότι υπάρχει σημείο του συνόλου  $A$  το οποίο έχει ελάχιστη απόσταση από το σημείο  $(0, -5)$  και βρείτε το.