

Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ, χειμερινό εξάμηνο 2016-17.

Όγδοο φυλλάδιο ασκήσεων.

Οι ασκήσεις με (\*) λύθηκαν στο δίωρο των ασκήσεων.

1. (\*) Υπολογίστε το εμβαδόν της σφαίρας ακτίνας  $R > 0$ .
2. (\*) Υπολογίστε το εμβαδόν του μέρους της κυλινδρικής επιφάνειας με εξίσωση  $x^2 + y^2 = 1$ , το οποίο βρίσκεται στον ημιχώρο που ορίζεται από την  $x \geq 0$  και ανάμεσα στα επίπεδα με εξισώσεις  $x = y$ ,  $x = -y$ ,  $z = 0$  και  $z = 2 - x - y$ .
3. Υπολογίστε το εμβαδόν του μέρους του κώνου με εξίσωση  $x^2 + y^2 = z^2$  που βρίσκεται μέσα στην σφαίρα με εξίσωση  $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$ . ( $R > 0$ .)
4. Υπολογίστε το  $\iint_{\Sigma} x \, dA$  στην επιφάνεια που ορίζεται από τις σχέσεις  $0 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 1$  και  $z = x^2 + y$ .
5. Υπολογίστε το  $\iint_{\Sigma} z^2 \, dA$  στην μοναδιαία σφαίρα κέντρου  $(0, 0, 0)$ .
6. Υπολογίστε το  $\iint_{\Sigma} z \, dA$  στο άνω ημισφαίριο της μοναδιαίας σφαίρας κέντρου  $(0, 0, 0)$ .
7. Υπολογίστε το  $\iint_{\Sigma} x \, dA$  στο τρίγωνο με κορυφές  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  και  $(0, 0, 1)$ .
8. Υπολογίστε το  $\iint_{\Sigma} (3x - 2y + z) \, dA$  στο μέρος του επιπέδου με εξίσωση  $2x + 3y + z = 6$  που βρίσκεται στο πρώτο ογδοημόριο του χώρου το οποίο ορίζεται από τις  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  και  $z \geq 0$ .
9. Υπολογίστε το  $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2)z \, dA$  στο μέρος του επιπέδου με εξίσωση  $z = 4 + x + y$  που βρίσκεται μέσα στον κύλινδρο με εξίσωση  $x^2 + y^2 = 4$ .

### Απαντήσεις.

1.  $4\pi R^2$ .

2.  $2\pi - 2$ .

3.  $\pi\sqrt{2} R^2$ .

4.  $\sqrt{6} - (\sqrt{2}/3)$ .

5.  $4\pi/3$ .

6.  $\pi$ .

7.  $\sqrt{2}/6$ .

8.  $25\sqrt{14}/2$ .

9.  $32\pi\sqrt{3}$ .