

Μιγαδική Ανάλυση, χειμερινό εξάμηνο 2016-17.

Τελικό διαγώνισμα. Περίοδος Ιανουαρίου.

Η διάρκεια του διαγωνίσματος είναι δύο ώρες. Λύστε όσα περισσότερα θέματα μπορείτε. Σε παρένθεση είναι οι μονάδες καθενός από τα θέματα.

1. (1,5) Περιγράψτε γεωμετρικά τους z με την ιδιότητα: το π είναι τιμή του $\arg(z^3)$.
2. (2,0) Ποιά είναι η τιμή τού

$$\oint_{C(0;r)} \frac{2z-1}{z(z-1)} dz$$

αν $0 < r < 1$ και ποιά αν $r > 1$;

3. (1,0) Βρείτε τη σειρά Taylor της $\text{Log } z$ με κέντρο το 1. Ποιά είναι η ακτίνα σύγκλισής της;
4. (1,5) Βρείτε τις σειρές Laurent της $f(z) = (e^z - 1)/z^4$ και της $g(z) = e^z + e^{1/z}$ με κέντρο το 0 και πείτε αν το 0 είναι πόλος ή ουσιώδης ανωμαλία των f, g .
5. (2,5) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2+1)(x^2+4)} dx.$$

6. (1,5) Έστω f αναλυτική στον δακτύλιο $D(0; 1, 2)$. Μέσω της σειράς Laurent της f , αποδείξτε ότι υπάρχει f_1 αναλυτική στον δίσκο $D(0; 2)$ και f_2 αναλυτική στον δακτύλιο $D(0; 1, +\infty)$ ώστε να ισχύει $f = f_1 + f_2$ στον αρχικό δακτύλιο $D(0; 1, 2)$.

Καλή επιτυχία.

Μ. Παπαδημητράκης.

♡ Οι κυρώσεις σε περίπτωση αντιγραφής είναι ενδιαφέρουσες.