

Διαφορικές Εξισώσεις.

Εαρινό εξάμηνο 2015-16.

Δέκατο φυλλάδιο ασκήσεων.

1. Λύστε το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_t - 4u_{xx} = 0, & 0 < x < 1, t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = \sin 2\pi x + 4 \sin 5\pi x, & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Πώς συμπεριφέρεται η λύση $u(x, t)$ όταν $t \rightarrow +\infty$;

2. Λύστε το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_t - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x(1 - x), & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t > 0 \end{cases}$$

Σε ποίο υποχωρίο του $\{(x, t) \mid 0 < x < 1, t > 0\}$ ορίζεται η λύση $u(x, t)$; Πώς συμπεριφέρεται η λύση $u(x, t)$ όταν $t \rightarrow +\infty$;