

## Διαφορικές Εξισώσεις.

Εαρινό εξάμηνο 2015-16.

Ενδέκατο φυλλάδιο ασκήσεων.

1. Λύστε το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < a, 0 < y < \pi \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0, & 0 \leq x \leq a \\ u(0, y) = 0, & 0 \leq y \leq \pi \\ u(a, y) = \sin 2y + 4 \sin 5y, & 0 \leq y \leq \pi \end{cases}$$

2. Λύστε το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < a, 0 < y < b \\ u(x, 0) = u(x, b) = 0, & 0 \leq x \leq a \\ u(0, y) = f(y), & 0 \leq y \leq b \\ u(a, y) = 0, & 0 \leq y \leq b \end{cases}$$

3. Λύστε το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & 0 < x < a, 0 < y < b \\ u(0, y) = u(a, y) = 0, & 0 \leq y \leq b \\ u(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq a \\ u(x, b) = f(x), & 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

4. Λύστε το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\theta\theta} = 0, & 0 \leq r < a, 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ u(a, \theta) = 2a \sin \theta - 3a^4 \cos 4\theta + 7a^5 \sin 5\theta, & 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

5. Βρείτε φραγμένες λύσεις του προβλήματος συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\theta\theta} = 0, & r > a, 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ u(a, \theta) = f(\theta), & 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

6. Λύστε το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\theta\theta} = 0, & 0 < r < a, 0 < \theta < \pi \\ u(r, 0) = u(r, \pi) = 0, & 0 \leq r \leq a \\ u(a, \theta) = f(\theta), & 0 \leq \theta \leq \pi \end{cases}$$