

## Διαφορικές Εξισώσεις.

Εαρινό εξάμηνο 2015-16.

### Έβδομο φυλλάδιο ασκήσεων.

1. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη. Σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές καθώς και το γράφημα της λύσης τις χρονικές στιγμές  $t = 0, 1, 2$ .

$$u_t + 3u_x = 0, \quad u(x, 0) = 1/(1 + x^2).$$

$$[u(x, t) = \frac{1}{1+(x-3t)^2}.]$$

2. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη και σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές.

$$u_t + xu_x = xu, \quad u(x, 0) = \phi(x).$$

$$[u(x, t) = e^{x-xe^{-t}} \phi(xe^{-t}).]$$

3. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη και σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές. Να προσδιοριστεί το χωρίο του  $xt$ -επιπέδου στο οποίο καθορίζεται μονοσήμαντα η λύση από τη δοσμένη αρχική συνθήκη.

$$u_t + (t/x)u_x = 0, \quad u(x, 0) = \phi(x).$$

$$[u(x, t) = \phi(\sqrt{x^2 - t^2}) \text{ για } |x| < |t|.]$$

4. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη και σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές. Να προσδιοριστεί το χωρίο του  $xt$ -επιπέδου στο οποίο καθορίζεται μονοσήμαντα η λύση από τη δοσμένη αρχική συνθήκη.

$$u_t + u_x = 4, \quad u(x, 0) = \sin x \quad \text{για } 0 < x < \pi.$$

$$[u(x, t) = \sin(x - t) + 4t \text{ για } 0 < x - t < \pi.]$$

5. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη και σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές. Να προσδιοριστεί το χωρίο του  $xt$ -επιπέδου στο οποίο καθορίζεται μονοσήμαντα η λύση από τη δοσμένη αρχική συνθήκη.

$$u_t + xu_x = (x + t)u, \quad u(x, 0) = \phi(x) \quad \text{για } -1 < x < 1.$$

$$[u(x, t) = \phi(xe^{-t})e^{x-xe^{-t}+\frac{t^2}{2}} \text{ για } -e^t < x < e^t.]$$

6. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη και σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές.

$$u_t + u_x = x(u + 1), \quad u(x, 0) = \sin x.$$

$$[u(x, t) = -1 + \sin(x - t)e^{xt - \frac{t^2}{2}}.]$$

7. Λύστε την παρακάτω δ.ε. με τη δοσμένη αρχική συνθήκη.

$$u_t - (x + t)u_x = (x + t - 1)e^t, \quad u(x, 0) = \phi(x).$$

$$[u(x, t) = t(x + t - 1) + \phi(x + t).]$$