

## Διαφορικές Εξισώσεις.

Εαρινό εξάμηνο 2015-16.

Ένατο φυλλάδιο ασκήσεων.

1. Θεωρήστε τις συναρτήσεις  $f$ ,  $g$  και  $h$  των οποίων οι τύποι στο διάστημα  $(-\pi, \pi]$  είναι

$$f(x) = x \quad g(x) = |x| \quad h(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

και οι οποίες είναι  $2\pi$ -περιοδικές στο  $\mathbb{R}$ .

Υπολογίστε τους συντελεστές Fourier τους και υπολογίστε το άθροισμα της σειράς Fourier τους για κάθε  $x \in [-\pi, \pi]$ .

2. Λύστε το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_{tt} - 4u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = -2 \sin 2x + 4 \sin 5x, & 0 \leq x \leq \pi \\ u_t(x, 0) = 3 \sin x + 3 \sin 2x + \sin 7x, & 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

3. Λύστε το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ u_t(x, 0) = x(\pi - x), & 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

4. Λύστε το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών

$$\begin{cases} u_{tt} - 9u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t \in \mathbb{R} \\ u(x, 0) = x(\pi - x), & 0 \leq x \leq \pi \\ u_t(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Είστε βέβαιοι ότι η λύση που βρήκατε ικανοποιεί την δ.ε. σε ολόκληρο το χωρίο  $\{(x, t) \mid 0 < x < \pi, t \in \mathbb{R}\}$ ;